ECOLE POLYTECHNIQUE FEDERALE DE LAUSANNE
FACULTE DE MICROTECHNIQUE

# RAPPORT DE PROJET DE CONCEPTION DE MECANISMES II : SOFIA TILT CHOPPING MECHANISM

**HEMON CHRISTOPHER**
**ALADIN GUILLAUME**
**BIANCHINI MAXIM**
**BISSEL NATHAN**

LAUSANNE
PRINTEMPS 2017

# RAPPORT DE PROJET DE CONCEPTION DE MECANISMES II : SOFIA TILT CHOPPING MECHANISM

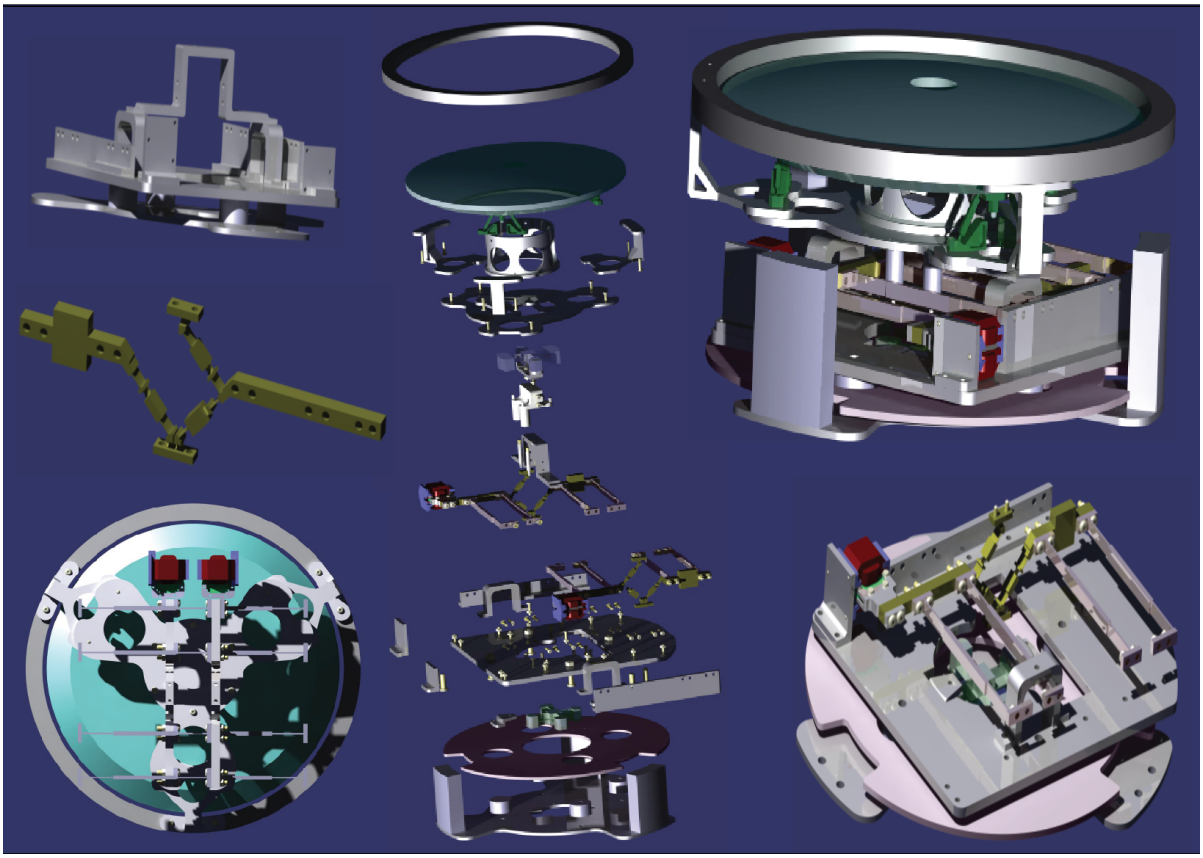
Travail final du cours de conceptions de mécanismes de la section de Microtechnique de deuxième année.
Groupe composé des étudiants suivants :

Aladin Guillaume, Bianchini Maxim, Hemon Christopher, Bissel Nathan

Domaine de connaissance : Microtechnique

Tuteur : Prof. Simon Henein

Co-tuteur : Dr. Johan Kruis



LAUSANNE

FACULTE DE MICROTECHNIQUE

PRINTEMPS 2017

## RÉSUMÉ

Ce rapport présente les différentes étapes de réalisation d'un mécanisme permettant de faire osciller un miroir secondaire de télescope. Le dispositif ne doit pas générer de poussières lors de son fonctionnement pour une utilisation optimale du miroir. Ce mécanisme est donc entièrement réalisé en guidages flexibles. C'est un mécanisme à deux degrés de libertés en rotation pure équilibré dynamiquement. Le document développé ci-après présente toutes les étapes de réalisation et de conception d'un tel système, ainsi qu'une critique objective de la solution développée.

Bonne lecture !



**Mot-clés : Tilt Chopping Mecanism ; SOFIA ; Mécanismes Flexibles ; Aircraft**

FIGURE 1 – Mission SOFIA *

*NASA content - images, audio, video, and computer files [...] generally are not copyrighted. You may use this material for educational or informational purposes, including photo collections[...] (NASA, 2017).

Table des figures


FIGURE 1 – Mission SOFIA * . . . . . 2
FIGURE 2 – Basculement Extérieur . . . . . 13
FIGURE 3 – Basculement Intérieur . . . . . 13
FIGURE 4 – Compensation des moments exportés . . . . . 14
FIGURE 5 – Mouvement linéaire aux extrémités des deux leviers . . . . . 15
FIGURE 6 – Dessin Cinématique . . . . . 16
FIGURE 7 – Dessin Cinématique Solution Finale . . . . . 17
FIGURE 8 – Allocation verticale du volume disponible . . . . . 19
FIGURE 9 – Allocation vertical du volume disponible . . . . . 20
FIGURE 10 – Représentation du mouvement en fonction de différentes valeurs de $\theta_{initial}$ . . . . . 20
FIGURE 11 – Schéma d'un col tronqué . . . . . 21
FIGURE 12 – Schéma général du dispositif avec cols . . . . . 22
FIGURE 13 – Calcul de l'encombrement d'un col tronqué . . . . . 22
FIGURE 14 – Schéma des mouvements selon x et z . . . . . 23
FIGURE 15 – Position angulaire du miroir en fonction de celle du dispositif selon l'axe z . . . . . 24
FIGURE 16 – Morphological chart . . . . . 27
FIGURE 17 – Cardan à deux lames et une tige . . . . . 27
FIGURE 18 – Dimension d'une lame . . . . . 28
FIGURE 19 – Dimension d'une tige . . . . . 28
FIGURE 20 – Cardan à 4 barres en croix . . . . . 29
FIGURE 21 – Dimension des éléments sur le cardan à 4 barres en croix . . . . . 29
FIGURE 22 – Schéma table à deux lames parallèles . . . . . 31
FIGURE 23 – Schéma tables parallèles, avec un mouvement rectiligne du bloc de sortie . . . . . 31
FIGURE 24 – Schéma table hyperguidée à quatre lames . . . . . 31
FIGURE 25 – Schéma table à deux lames parallèles opposées . . . . . 32
FIGURE 26 – Schéma table à deux lames parallèles opposées . . . . . 32
FIGURE 27 – Paramétrisation du parallélogramme de Watt . . . . . 33
FIGURE 28 – Schéma de la glissière à lames (Henein, 2001) . . . . . 34
FIGURE 29 – CdM du miroir dans le repère donné (source : cahier de charges) . . . . . 35
FIGURE 30 – Dimensions de l'anti-miroir . . . . . 37
FIGURE 31 – Nouvelle forme de l'anti-miroir pour éviter les supports . . . . . 38
FIGURE 32 – Courbe de Wöhler (Sorin, Cours : 2015) . . . . . 40
FIGURE 33 – Explication règle de Miner en matériaux (Sorin, Cours : 2015) . . . . . 40
FIGURE 34 – Pièce de support avec deux capteurs et 4 butées . . . . . 41
FIGURE 35 – Plan montrant l'encombrement du dispositif . . . . . 42
FIGURE 36 – Pièces en mouvement . . . . . 43
FIGURE 37 – Mouvement à accélération trapézoïdale . . . . . 45
FIGURE 38 – Mouvement à accélération trapézoïdale optimisé . . . . . 46
FIGURE 39 – Forces et moments de transmission, cas statique . . . . . 47
FIGURE 40 – Loi de mouvement avec force nominale . . . . . 49
FIGURE 41 – Loi de mouvement avec force pic . . . . . 49
FIGURE 42 – Consigne de position angulaire du miroir en fonction du temps : $\theta(t)$ . . . . . 50
FIGURE 43 – Nomenclature des temps d'accélération pendant un basculement . . . . . 50
FIGURE 44 – Calcul de la position maximale des capteurs . . . . . 51
FIGURE 45 – Calcul de la course de mesure des capteurs . . . . . 52
FIGURE 46 – Déformation sous supposition qu'une extrémité est bloquée . . . . . 55
FIGURE 47 – Contraintes Von Mises pour un col tronqué en flexion . . . . . 56
FIGURE 48 – Carte d'Ashby reliant le module de Young au coût . . . . . 59
FIGURE 49 – Définition de theta . . . . . 65
FIGURE 50 – Calcul à l'aide d'Excel des différents paramètres pour les cols centraux . . . . . 76

FIGURE 51 – Tableau récapitulatif cahier des charges . . . 77
FIGURE 52 – Tableau récapitulatif pièces . . . 78
FIGURE 53 – Tableau récapitulatif vis . . . 79
FIGURE 54 – Etape 1 du montage . . . 80
FIGURE 55 – Etape 2 du montage . . . 80
FIGURE 56 – Etape 3 du montage . . . 80
FIGURE 57 – Etape 4 du montage . . . 80
FIGURE 58 – Etape 5 du montage . . . 81
FIGURE 59 – Etape 6 du montage . . . 81
FIGURE 60 – Etape 7 du montage . . . 81
FIGURE 61 – Etape 8 du montage . . . 81
FIGURE 62 – Etape 9 du montage . . . 82
FIGURE 63 – Etape 10 du montage . . . 82
FIGURE 64 – Etape 11 du montage . . . 82
FIGURE 65 – Etape 12 du montage . . . 82
FIGURE 66 – Eclaté de l'entier du mécanisme . . . 83
FIGURE 67 – Eclaté du système de guidage . . . 84
FIGURE 68 – Eclaté du module supérieur . . . 85
FIGURE 69 – Eclaté du bâti . . . 86
FIGURE 70 – Chaîne cinématique inférieure sur bâti . . . 87
FIGURE 71 – Connexions cinématiques globales . . . 88
FIGURE 72 – Vue générale du système . . . 89

Liste des tableaux

TABLE 1 – Tableau comparatif des systèmes de guidages linéaires refusés . . . 33
TABLE 2 – Tableau Avantages et Inconvénients - Cylindre plein . . . 36
TABLE 3 – Tableau Avantages et Inconvénients - Géométrie complexe . . . 36
TABLE 4 – Tableau récapitulatif performances du système avec force pic . . . 53
TABLE 5 – Tableau des coefficients de dilatation . . . 54
TABLE 6 – Tableau des dilatations thermiques . . . 55
TABLE 7 – Tableau comparatif des états de surfaces . . . 57
TABLE 8 – Tableau indicatif des états de surfaces . . . 57
TABLE 9 – Tableau des prix pour les matériaux utilisés . . . 59

## LISTE DES ABREVIATIONS ET DES SIGLES

| | |
|---|---|
| TCM | *Tilt Chopping Mechanism* |
| SOFIA | *Stratospheric Observatory for Infrared Astronomy / Observatoire Stratosphérique pour l'Astronomie Infrarouge* |
| EPFL | *Ecole Polytechnique Federale de Lausanne* |
| DDL | *Degrés De Libertés* |
| DOH | *Degres Of Hyperstaticity* |
| DOF | *Degres Of Freedom* |
| M | *Degrés de Mouvement* |
| CAO | *Conception Assistée par Ordinateur* |
| CdM | *Centre de Masse* |
| CNC | *Commande Numérique par Calculateur* |

Table des matières


**1 Introduction . . . 11**

**2 Principe de fonctionnement . . . 13**
2.1 Concepts préliminaires . . . 13
2.2 Inspiration et évolution . . . 15
2.3 Schéma cinématique idéal . . . 16
2.4 Calculs selon Grübler . . . 16
2.5 Concepts originaux . . . 17

**3 Dimensionnement . . . 19**
3.1 Concept . . . 19
3.2 Volume alloué . . . 19
3.3 Compréhension du mouvement . . . 19
3.4 Dimensionnement des cols . . . 21
3.4.1 Calcul des déplacements correspondants effectifs . . . 22
3.5 Calcul et dimensionnement des autres types de cols . . . 25
3.5.1 Dimensionnement des petits cols . . . 25
3.5.2 Rotules . . . 25
3.5.3 Cardans . . . 26
3.6 Morphological chart . . . 26
3.6.0.1 Cardan à quatre tiges . . . 27
3.6.0.2 Cardan à deux lames et une tige . . . 27
3.6.0.3 Cardan à quatre barres en croix . . . 29
3.6.1 Choix du cardan . . . 30
3.6.2 Glissières : Guidages linéaires . . . 31
3.6.2.1 Table à deux lames parallèles . . . 31
3.6.2.2 Table parallèles avec correction du mouvement parasite . . . 31
3.6.2.3 Table hyperguidée à quatre lames . . . 31
3.6.2.4 Table à deux lames parallèles opposées . . . 32
3.6.3 Sélection : Guidage linéaire . . . 33
3.6.3.1 Précontraintes . . . 34
3.7 Dimensionnement du système de compensation . . . 35
3.7.1 Données . . . 35
3.7.2 Propositions . . . 35
3.7.2.1 Première proposition - Cylindre plein . . . 35
3.7.2.2 Deuxième proposition - Géométrie complexe . . . 36
3.7.2.3 Troisième proposition - Autres géométries simples . . . 36
3.7.2.4 Choix . . . 37
3.7.3 Développement du contre-miroir . . . 37
3.7.4 Problèmes rencontrés - solution . . . 38
3.8 Choix des matériaux . . . 38
3.9 Capteurs . . . 40
3.10 Butées mécaniques . . . 41
3.11 Encombrement . . . 41

**4 Performance . . . 43**
4.1 Calculs . . . 43
4.1.1 Calcul de l'inertie équivalente vue par le miroir . . . 43

4.1.1.1 Application numérique avec valeurs du mécanisme . . . 44
4.1.2 Jerk et accélération trapézoïdale . . . 45
4.1.2.1 Exigences requises par le cahier des charges . . . 45
4.1.2.2 Optimisation de la loi de mouvement . . . 45
4.1.2.3 Calcul du jerk maximal du mécanisme . . . 46
4.1.3 Calcul de l'accélération maximale du mécanisme . . . 47
4.1.4 Loi de mouvement du système . . . 49
4.1.4.1 Durée de basculement et fréquence de pivotement . . . 50
4.1.4.2 Conclusion concernant la loi de mouvement . . . 51
4.1.5 Résolution angulaire . . . 51
4.1.6 Contraintes mécaniques . . . 53
4.1.7 Tableau récapitulatif des performances clés . . . 53
4.2 Forces et moments exportés . . . 53
4.2.1 Parties equilibrées . . . 53
4.2.2 Parties négligées . . . 54
4.3 Température de fonctionnement . . . 54
4.4 Analyse d'éléments finis - FEA . . . 55
4.5 Rigidité globale . . . 56

**5 Construction . . . 57**
5.1 Usinage des éléments . . . 57
5.2 État de surface . . . 57
5.3 Fabricabilité - Facilité d'usinage et de montage du système . . . 58
5.4 Montage du mécanisme . . . 58
5.5 Entretien et maintenance . . . 58

**6 Coût . . . 59**
6.1 Coût des matériaux . . . 59
6.2 Coût de fabrication . . . 60

**7 Discussion . . . 61**
7.1 Améliorations et points faibles . . . 61
7.1.1 Rentabilisation des courses des actuateurs . . . 61
7.1.2 Choix des vis . . . 61
7.2 Placement des butées et des capteurs . . . 61
7.3 Choix du concept . . . 61
7.4 Avantages . . . 61
7.4.1 Choix des écrous . . . 61
7.4.2 Fonctionnement horizontal du mécanisme . . . 62
7.4.3 Matériaux des butées . . . 62

**8 Conclusion . . . 63**

**9 Annexe . . . 65**
9.1 Code WolframAlpha . . . 65
9.2 Code Matlab . . . 65
9.2.1 Conception du guidage linéaire . . . 65
9.2.2 Contre miroir . . . 66
9.2.3 Loi de mouvement et jerk . . . 67
9.2.4 Transmission du mouvement . . . 72
9.2.5 Cardan avec deux lames et tige . . . 73
9.2.6 Cardan à 4 barres croisées . . . 74
9.3 Montage du mécanisme . . . 80

9.4 Vues du mécanisme . . . . . 83

**10 Dessins techniques . . . . . 91**

**Bibliographie . . . . . 93**

## 1 Introduction

L'univers dans lequel nous vivons est extrêmement riche. L'homme n'a eu de cesse d'observer son environnement. Le ciel en particulier l'a toujours intrigué. Au fil du temps, l'être humain a donc amélioré ses techniques pour l'observer. Ce dernier regorge de merveilles mais nécessite des moyens complexes si l'on souhaite déceler ses secrets les plus cachés. Les techniques d'observations développées par l'homme ne cesse de changer et de se perfectionner. L'Observatoire Stratosphérique pour l'Astronomie Infrarouge, basé en Californie, utilise un télescope de type Cassegrain embarqué sur un Boeing 747SP. Ceci rends accessible à un télescope des altitudes de plus de 13.7 kilomètres, tout en permettant de le ramener sur terre après chaque observations. Ce compromis permet de minimiser les perturbations optiques causées par l'atmosphère, tout en assurant une maintenance facile des appareils de mesures au sol.

Le télescope implémenté est constitué d'un miroir primaire de 1.7 mètres et d'un miroir secondaire d'environ 30 cm. Ce dispositif enregistre des images dans les fréquences de l'infrarouge. Afin de ne pas saturer les capteurs du télescope, le dispositif est conçu pour faire osciller le miroir secondaire afin d'illuminer de manière alternative les cellules photosensibles des capteurs.

Dans le cadre du cours de Conception de Mécanismes II, nous sommes chargés de réaliser un projet lié directement à ce télescope. On se propose de réaliser le mécanisme qui supporte et fait osciller le miroir secondaire. La plus importante des contraintes dans le cadre de ce projet est la poussière. Ces miroirs ont une résolution et une précision très élevée. Il faut donc concevoir un dispositif ne générant pas de poussières. Le système est de deux degrés de libertés en rotation pure équilibré dynamiquement. Un mécanisme d'équilibrage dynamique sera utilisé pour annuler les forces et moments exportés vers le télescope lors des accélérations du miroir. Il faudra veiller à respecter l'encombrement maximal, la limite de force des actuateurs et un temps de vie de 10 ans.

## 2 Principe de fonctionnement

### 2.1 Concepts préliminaires

Une simple lecture du cahier des charges nous a rapidement permis de déterminer trois problématiques distinctes :

— Trouver un mécanisme permettant le basculement du miroir en son centre de gravité selon les deux axes x et y.

— Avoir un modèle cinématique permettant la compensation des moments et des forces exportés.

— Conceptualiser un système optimisant l'espace disponible et la course des moteurs tout en laissant suffisamment de place pour les capteurs et autres éléments.

Avant toute réflexion, nous avons fixé le miroir par le biais des trois bipodes sur un socle de soutien. Tout mouvement affectant ce socle est donc directement transmis dans le miroir. Les basculements doivent avoir lieu autour du centre de gravité. Pour être certain que le centre de gravité reste immobile, nous avons en un premier temps conceptualisé une solution d'attache à l'extérieur du miroir (Fig. 2). Nos calculs préliminaires indiquent cependant que ce système est difficile à réaliser. En effet, il risque de sortir du volume alloué selon le cahier des charges. En un second temps, nous avons décidé d'assurer le basculement autour du centre de gravité en posant notre point de fixation directement sur celui-ci (Fig. 3). Cette solution possède cependant un inconvénient : il faut allouer assez d'espace pour une tige de support reliant le point d'attache à la "masse" du système. Nous appelons "masse" le cadre fixe dans lequel notre solution sera implémentée. Les zones de fixation du Tilt Chopping Mechanism (TCM) au châssis du télescope se trouvent justement sur ce cadre fixe.

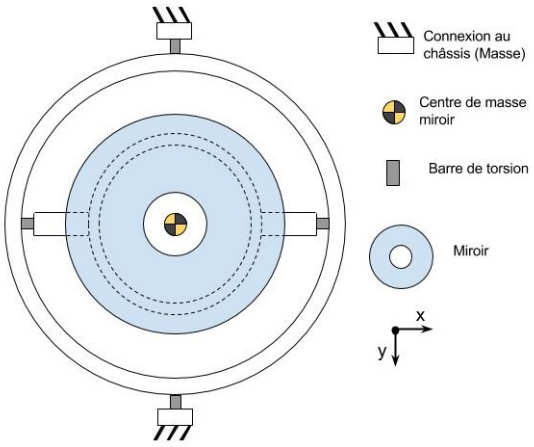



FIGURE 2 – Basculement Extérieur

Pivots externes dans le plan du centre de masse

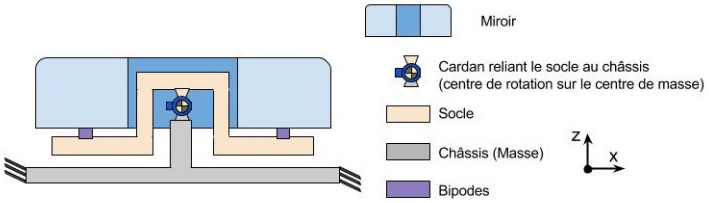



FIGURE 3 – Basculement Intérieur

Rotule sur le centre de masse

Afin de satisfaire le cahier des charges nous cherchons à minimiser les forces et moments exportés vers le châssis, de telle sorte qu'il ne génère aucune vibration dans le reste de la structure du télescope. La force des actionneurs est interne à notre système et n'est donc pas exportée vers le châssis. Quant au poids du système, nous supposons que le châssis est assez robuste pour soutenir notre dispositif et le maintenir en place indépendamment de l'orientation du mécanisme vis-à-vis des forces de gravitation. Il faut noter que le système ne va pas être utilisé dans le sens présenté par les plans.

La force produite directement par la translation du rotor peut être compensée suivant un principe d'opposition de mouvement. Nous avons dans un premier temps défini plusieurs concepts permettant la mise en mouvement du système, mais tous ne présentaient pas une compensation des mouvements transverses des sous-parties du système. Le critère qui fut utilisé pour décider du concept final qui a été réalisé. Le moment généré par le miroir et son socle peut être annulé par un système de compensation par

masses qui se balancent de manière antagoniste au miroir. Cela était le principe cinématique de l'une de nos première idées, les plus simples (Fig.4). Malheureusement, cette solution présentait des degrés de libertés internes (afin d'éviter les hyperstatismes) ce qui allait à l'encontre du cahier des charges. Le principe utilisé dans toutes nos autres solutions est de mettre en mouvement inverse une pièce ayant les même propriétés massiques que le miroir et sont socle. Cette pièce clé sera par la suite nommée anti-miroir. Dans ce cas les actionneurs affectent le miroir ainsi que l' anti-miroir dans le but de produire des mouvements opposés dont les moments s'annulent (Fig.4).

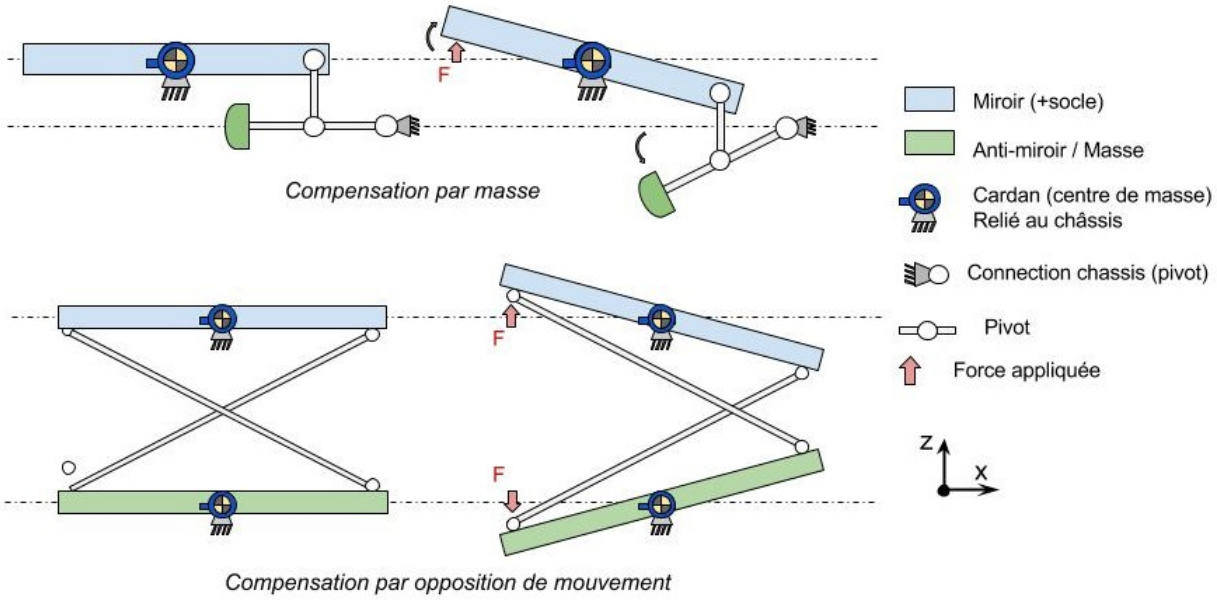



FIGURE 4 – Compensation des moments exportés

Lors de nos calculs préliminaires, nous avons estimé un volume cylindrique de hauteur effective de 80 mm dans lequel toutes nos solutions de mise en mouvement doivent entrer.

$$H_{alloué} = 200mm \qquad H_{miroir} \approx 80mm$$
$$H_{socle} \approx 10mm \qquad H_{anti-miroir} \approx 30mm$$
$$H_{disponible} = H_{alloué} - H_{miroir} - H_{socle} - H_{anti-miroir} \approx 80mm$$

De plus, nous devons prendre en compte le volume requis pour le placement des capteurs ainsi que les deux actionneurs. Afin d'avoir la meilleure résolution de mesure possible, nous voulons que la plage entière de mesure des capteurs (2mm) soit utilisée. Il faut donc placer le capteur au plus loin à 27.3 mm du centre de gravité du miroir.

Pour calculer la distance à laquelle se trouvera le capteur on exploite le fait que le miroir aura une course angulaire de 2.1° au maximum dans chaque sens. Ceci veut dire que la course angulaire maximale est de $2 \cdot 2.1° = 4.2°$. Notre capteur a une course de $2mm$ selon le cahier des charges. On calcule donc la distance radiale maximale par rapport au centre du miroir à laquelle nous pouvons placer le capteur :

$$\tan(4.2°) = \frac{\Delta x_{mesure}}{D_{capteur}} \qquad D_{capteur} = \frac{2}{\tan(4.2°)} \approx 27.3mm$$

Ces dernières conditions nous ont permises de choisir notre solution finale parmi deux très similaires. Cette décision sera encore développée dans la prochaine partie.

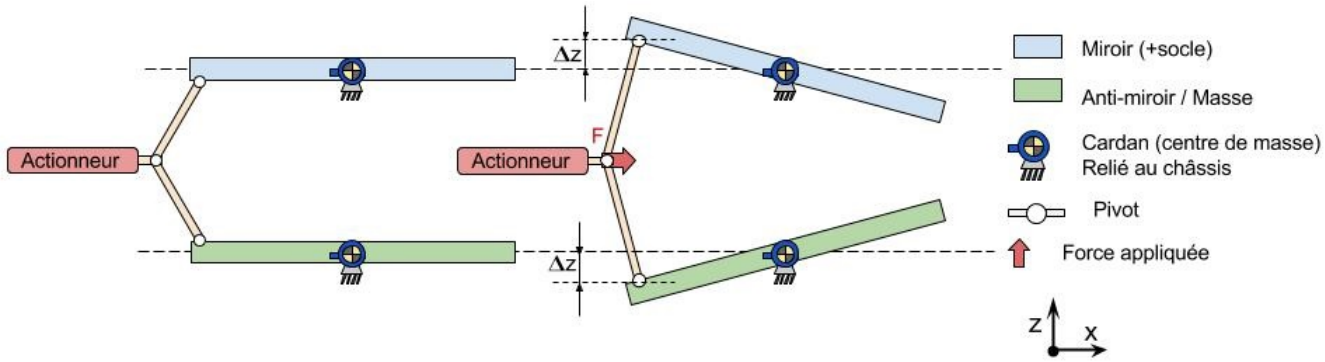



FIGURE 5 – Mouvement linéaire aux extrémités des deux leviers

## 2.2 Inspiration et évolution

Lors du cours de *Structural Mechanics*, nous avons étudié la déflexion de poutre et particulièrement la déformation des extrémités d'une poutre lorsqu'une charge est appliqué en son centre.

L'analyse cinématique de cette charge met en avant deux leviers symétriquement reliées par un pivot, où la course du pivot est égale à l'inverse de la course de l'extrémité des deux leviers.

Premièrement, nous avons pensé à nous servir de cette opposition de courses pour faire bouger simultanément notre miroir et son anti-miroir. Un inconvénient de cette solution est le mouvement parasite des extrémités des leviers vis-à-vis du point d'application de la force. Après avoir trouvé des solutions à ce problème de mouvement parasite, nous envisagions de conserver cette option, jusqu'à ce qu'une analyse plus approfondie du volume disponible nous donne des appréhensions sur la réalisation de ces solutions.

Nous avons alors cherché de nouvelles solutions ayant une meilleur répartition à l'intérieur de l'espace de travail. Ce mouvement parasite restait intéressant à exploiter. En effet, le pivotement des leviers impose à leurs extrémités un rapprochement l'un vers l'autre (ou de s'éloigner, dépendant du sens de la force). Les deux mouvements étant identiques mais de sens opposés. Nous avons décidé de nous servir de cet effet pour implémenter nos actionneurs horizontalement et non plus verticalement. *Ceci permet de libère énormément d'espace de travail.* En effet, la hauteur maximale est seulement de $200mm$ pour un diamètre de $400mm$, on multiplie par deux la longueur accessible.

Cet espace disponible agrandi présente aussi un grand désavantage. Le désavantage est que la force n'est pas appliquée directement dans le sens du mouvement. Le sens du mouvement n'est pas linéaire mais sinusoïdale. Cette option n'est pas idéale dans l'optique de maximiser la fréquence, car une partie importante de la force (la composante cosinusoïdale) exportée sur le socle du miroir n'est pas utile dans le pivotement. Nous perdons donc en rendement de force et aurons une fréquence plus faible que si les actionneurs étaient orientés verticalement.

Lors du rendu intermédiaire, l'avantage avec nos autres systèmes lors du rendu intermédiaire est justement cette implémentation horizontale des actionneurs. En effet, la plupart de nos autres systèmes étaient très limités verticalement et ne rentabilisaient pas du tout le volume horizontale disponible. Ainsi, pour rentabiliser le volume de travail et pour faciliter la conceptualisation réelle de nos guidages, nous avons choisi un système implémenté horizontalement. Nous vous présentons la cinématique de notre solution dans la partie suivante.

## 2.3 Schéma cinématique idéal

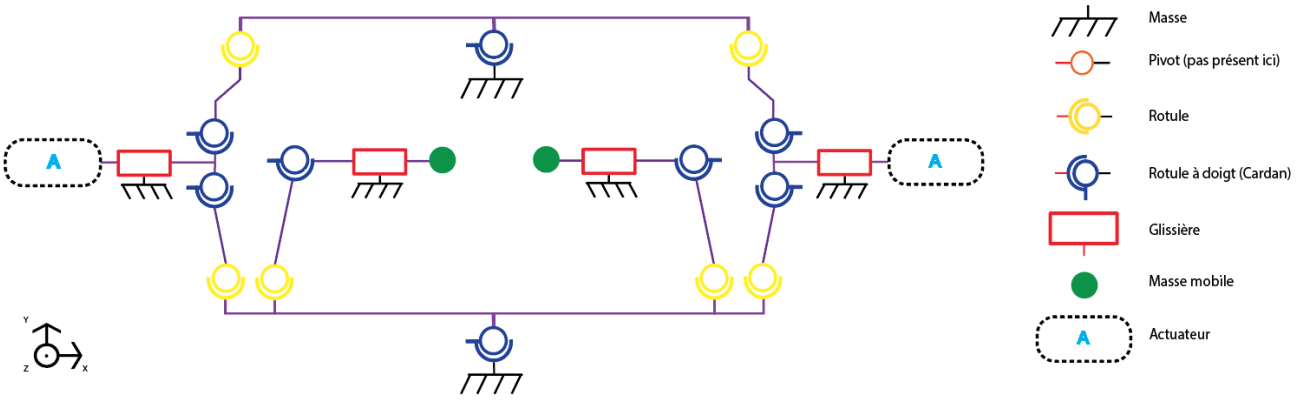



FIGURE 6 – Dessin Cinématique

Cinématique idéale avec 8 rotules à doigt, 6 rotules et 4 glissières.

Cette image présente les deux actionneurs du mécanisme qui sont dans la réalité contenue dans deux plans orthogonaux entre eux. Ces plans sont mis côte à côte sur cette image. Le repère dessiné en bas à gauche n'a de sens que pour la moitié gauche de l'image. La moitié droite appartenant dans la réalité au plan y-z.

## 2.4 Calculs selon Grübler

Notre mécanisme idéal comporte 8 rotules à doigt (2 DDL), 6 rotules (3 DDL) et 4 glissières (1 DDL). Le système contient également 6 boucles et doit opérer dans un espace en 3 dimensions. Si on utilise l'équation de Grübler en 3 dimensions nous arrivons au résultat suivant :

$$M = \sum_{i=1}^{n} d_i - 6b = (8 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 4 \cdot 1) - 6 \cdot 6 = 38 - 36 = 2$$

Nous n'avons aucun degré de liberté interne mais 2 degrés de libertés externes (les deux axes de rotation désirés), et cela nous donne donc : $DOH = DOF - M = 0$. Nous avons donc une solution sans hyperstatismes en 3 dimensions.

Dans la réalité, lors de l'implémentation en guidages flexibles, nous n'allons pas implémenter des cardans et des rotules. Les seuls véritables cardans que nous utiliserons sont les deux suivant : celui sous miroir via son socle et celui qui soutient le contre-miroir. Ils sont tous les deux nécessaires. Ils assurent idéalement la rotation selon 2 axes aux centres de gravité du miroir et de l'anti-miroir.

Dans une articulation flexible les rigidités transverses, en torsions, etc... ne sont pas nulles. Nous avons donc une certaine flexibilité due aux matériaux. Une rotule peut être implémentée par deux cols circulaires montés en série si l'une des trois rotations de la rotule peu se permettre d'être très faible pour l'application désirée.

De plus, nous avons décidé de remplacer les 6 rotules à doigts se trouvant sur les tiges par 6 rotules simples à trois degrés de libertés chacune dans le but de faciliter la réalisation du mécanisme. Ces rotules sont réalisées par deux cols orthogonaux montées en série, leur souplesse en torsion représentant leur $3^{ème}$ degré de liberté. Nous avons appliqué ce raisonnement pour arriver au résultat présenté à la Figure 7. Si l'on calcule la mobilité de Grübler avec ce mécanisme, nous arrivons au résultat suivant :

$$M = \sum_{i=1}^{n} d_i - 6b = (2 \cdot 2 + 12 \cdot 3 + 4 \cdot 1) - 6 \cdot 6 = 44 - 36 = 8$$

Cette solution augmente la mobilité du système sans créer d'hyperstatismes car elle introduit également 6 degrés de liberté internes. On obtient donc un *DOF* de 8, ce qui maintient notre *DOH* nul.

Nous sommes conscients que le cahier des charges impose de n'avoir aucun degré de liberté interne, mais nous avons estimé que les risques de résonance seraient négligeables, en vue de la rigidité très élevée des cols en torsion et des masses très faibles des parties en liberté interne. En effet, la fréquence de résonance est proportionnelle à la racine carrée de la rigidité divisé par la masse. Ainsi, il faudrait des fréquences de résonance très hautes et soutenues en terme d'amplitude pour exciter ces systèmes.

## 2.5 Concepts originaux

Nous sommes conscient que l'aspect original de notre solution est également l'un de ses plus grand défaut. En effet, le choix de faire fonctionner nos actionneur à l'horizontal n'est pas idéal du point de vue des forces et de la maximisation de la fréquence d'oscillation du miroir. Cependant, elle permet une grande flexibilité de réalisation car la place disponible horizontalement est bien plus importante que verticalement. Ceci réduit l'encombrement global de notre système. Au départ, nous avions beaucoup d'appréhension vis-à-vis d'une implémentation vertical du fonctionnement des actuateurs. Nos calculs préliminaires soulignaient un espace vertical de réalisation très limité.
Cependant, nous tenons à souligner la faisabilité de notre solution. Les machines standards actuelles permettent des réalisations limitées. Il est donc important de créer des pièces usinables. Pour cela, le dimensionnement des cols et la forme des pièces dessinées a été pensée pour une implémentation réelle. De plus, beaucoup de pièces ont été revues de manière à permettre un montage instinctif du dispositif. Ce montage ne nécessite pas d'outils spécifiques. Dans la majeure partie des cas, un assemblage de type boulon-écrou a été implémenté. La maintenance des pièces sera aisée si elles venaient à être endommagées. De même, les pièces à usiner ont été décomposées en plusieurs parties. Ceci limite les volumes de chute de matière et permet un remplacement par module en cas de problèmes.

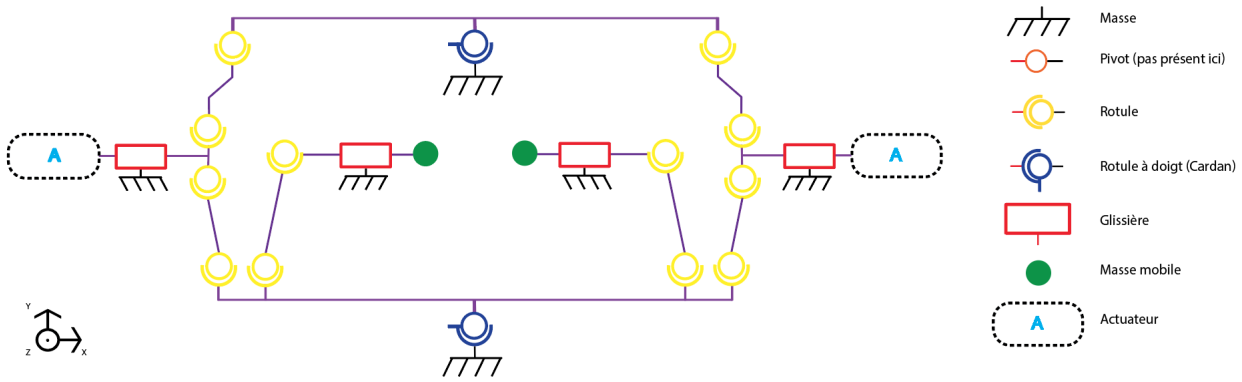



FIGURE 7 – Dessin Cinématique Solution Finale

*Schéma cinématique définitif qui présente uniquement des rotules à l'instar des cardans prévus initialement.*

## 3 Dimensionnement

### 3.1 Concept

Le schéma du mécanisme central a déjà été présenté, il s'agit maintenant de le réaliser en guidage flexibles. Pour ce faire, on se propose de partir d'une pièce central en forme de Y tourné de 90°. On usinera ensuite des cardans en 2 étapes. Un premier modèle de cols sera calculé et permettra au système de bouger dans le plan du ″Y". On usinera ensuite un second type de col qui donnera le deuxième degré de liberté au système (le troisième degré de liberté étant assuré par la légère rigidité en torsion de ce col).

Pour terminer, nous comparerons les rigidités des deux types de cols entre eux, afin de contrôler que le système fonctionne et que les deux types de cols interagissent correctement entre eux.

### 3.2 Volume alloué

Nous avons commencé par estimer le volume maximal disponible pour réaliser le dispositif central. Voici les données principales pour nos calculs :

- Longueur maximale verticale disponible : 200 [mm]
- Place allouée au socle qui tient le miroir : 10 [mm]
- Encombrement vertical du miroir : 78.8 [mm]
- Place estimée pour le socle principale + anti-miroir + cardan inférieur : 20 [mm]

Il reste donc 81.2 [mm] disponibles pour réaliser le dispositif central. On subdivisera de la manière suivante :

- Marge supérieure : 5.6 [mm]
- Zone de travail : 80 [mm]
- Marge inférieure : 5.6 [mm]

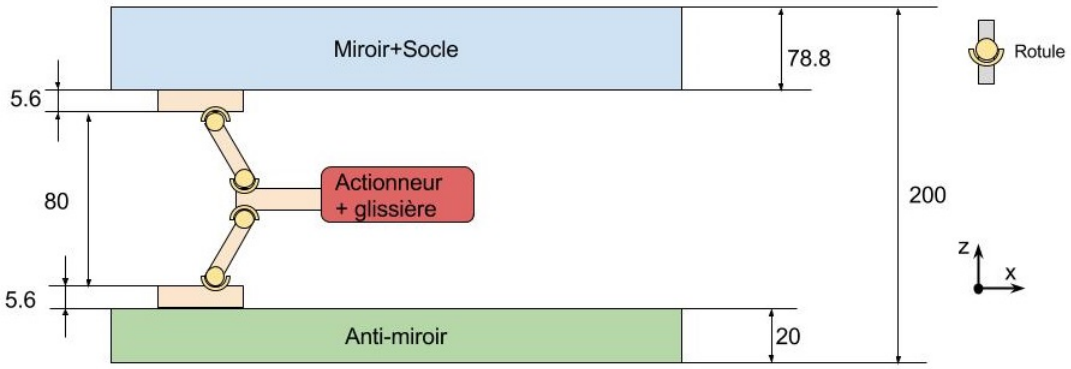



FIGURE 8 – Allocation verticale du volume disponible

Nous avons ensuite dessiné une première esquisse du dispositif central en posant l'angle initial des bras à 45°.

### 3.3 Compréhension du mouvement

Le mouvement réalisé par notre dispositif n'est pas linéaire. On peut modéliser le problème par le schéma suivant :

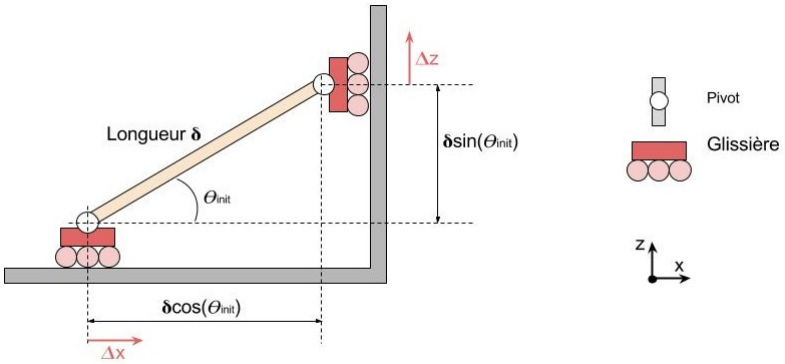



FIGURE 9 – Allocation vertical du volume disponible

*Il faut noter ici que le mouvement réel de la portion nommée $\Delta z$ est en réalité un arc de cercle. Celui-ci est présenté dans les calculs suivants approximée par un segment rectiligne.*

Nous avons la relation suivante qui exprime le déplacement $\Delta z$ obtenu en fonction du déplacement $\Delta x$ imposé :

$$\Delta z(\Delta x) = \sqrt{(\delta^2 - (\delta \cdot \cos(\theta_{initial}) - \Delta x)^2)} - \delta \cdot \sin(\theta_{initial}) \tag{3.1}$$

On fixe ensuite la longueur $\delta$ du bras à 20 [mm] par choix arbitraire. On représente ensuite cette fonction pour différents angles initiaux $\theta_{initial}$, et on choisit l'angle pour lequel la courbe obtenue se rapproche le plus possible du cas linéaire. C'est à dire, l'angle pour lequel $\Delta x$ génère le même $\Delta z$.

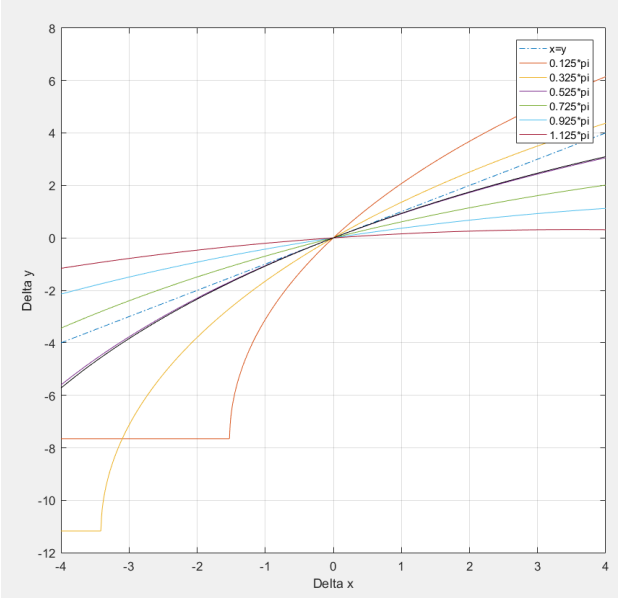



FIGURE 10 – Représentation du mouvement en fonction de différentes valeurs de $\theta_{initial}$

On constate en minimisant l'aire qui sépare la fonction (3.1) de la droite $x = z$, que l'angle qui linéarise au mieux le mouvement est $\theta_{initial} = 45.4184°$ (Les détails du code Matlab pour cette optimisation se trouvent en annexe). Pour la suite des calculs, on prendra un angle $\theta_{initial} = 45°$. En itérant pour plusieurs valeurs de $\delta$, on constate que la longueur minimale permettant une bonne couverture des 4 mm que peuvent faire les actionneurs dans les deux sens est d'environ 20 mm.

### 3.4 Dimensionnement des cols

Le déplacement selon $\Delta z$ en fonction de $\Delta x$ régira la performance. Pour des longueurs de bras relativement grandes (de l'ordre de 40 mm), ainsi que pour des grands angle de flexions (de l'ordre de 15° dans chaque sens). Cependant, en procédant par itérations et en jouant sur plusieurs facteurs tels que matériaux, module de Young, contrainte admissible, dimensions des cols, facteur de sécurité et espacement initial des points de pivots ( $\delta$ ), nous pouvons modifier nos performances. Nous constatons qu'il est très difficile de dimensionner des cols de proportions raisonnables qui fléchissent au delà d'un angle d'environ 8° de chaque côté, valeur que nous décidons de fixer pour la suite. Ce choix nous contraint de rapprocher les points de mise en mouvement du miroir à une distance d'environ 80 mm. Lors de la définition du concept, nous imaginions une valeur de l'ordre de 100mm.

Nous avons dimensionné nos cols de la façon suivante : dans un premier temps, nous avons calculé une valeur $\sigma_{admissible}$ en fonction des paramètres d'épaisseur $e$ et de rayon $r$ du col, ainsi que de l'angle approximatif que devrait pouvoir parcourir notre système, à savoir $\alpha_M$.

$$\sigma_{adm} = \frac{\alpha_M 4E\sqrt{e}}{3\pi\sqrt{r}} \tag{3.2}$$

De plus, on peut calculer le facteur de sécurité $S$ garantissant que notre col sera assez résistant en fatigue pour tenir au minimum la valeurs standardisée de $10^7$ cycles. Nous cherchons à dimensionner les cols de manière à obtenir un facteur de sécurité d'au moins 1.2.

Nous pouvons calculer $S$ à l'aide de la relation suivante $S = \frac{\sigma_D}{\sigma_{adm}}$. En se basant sur le formulaire de la page 205 (Henein, 2001), il est possible de trouver la valeur fixée de $\sigma_D$ pour le matériau choisi. En procédant par itérations et par essais, on trouve que la valeur minimal du rayon que doit faire notre col pour admettre un angle de travail d'environ 8° est de l'ordre de 4 à 6 cm pour une épaisseur $e$ fixée à 150 microns, soit l'épaisseur minimum usinable par électroérosion (Henein, 2001).

De ce fait, nous nous sommes orientés vers des cols tronqués. En se basant sur les indications données (Henein, 2001), il faut respecter la condition $h \leq 4e$ pour ne pas générer de concentration de contraintes trop importantes sur une structure tronquée.

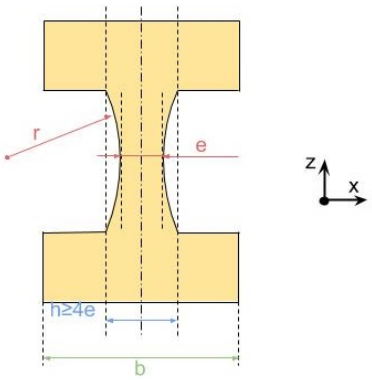



FIGURE 11 – Schéma d'un col tronqué

En procédant par itérations et essai, nous trouvons les valeurs suivantes pour le dimensionnement des cols :

— Rayons $r$ : 43 [mm]

— Épaisseur $e$ : 150 [$\mu m$]

Le matériaux qui possède les propriétés les plus adaptées dans ce dispositif est le titane 6Al-4V (Henein, 2001), qui admet les caractéristiques suivantes :

— Module de Young $E$ : 114 [GPa]

— $\sigma_D$ : 500 [MPa]

Les paramètres suivants permettent d'effectuer l'angle fixé de 8° tout en assurant un coefficient de sécurité de $S_{sec} = 1.253$.

### 3.4.1 Calcul des déplacements correspondants effectifs

Il s'agit maintenant de découper des cols dans le dispositif principal :

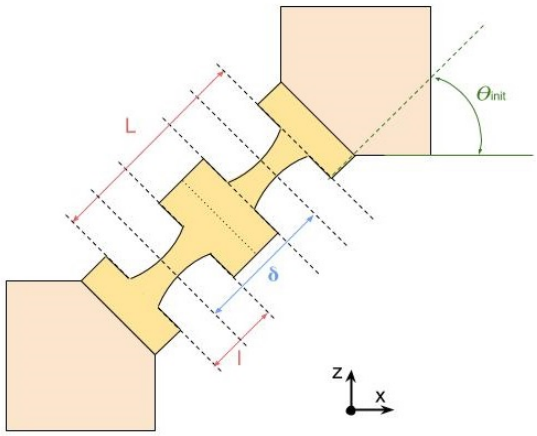



FIGURE 12 – Schéma général du dispositif avec cols

En se basant sur le schéma ci-dessus, il est possible de calculer la valeur réelle $\delta$ du bras qui permettra aux systèmes de bouger selon la loi 3.1.
Cela nous donne la relation : $\delta = L - l$ ; avec $l$ la longueur totale occupée par un col tronqué, et $L$ la longueur initiale du bras.

De plus, la longueur $l$ peut être calculée grâce au schéma suivant :

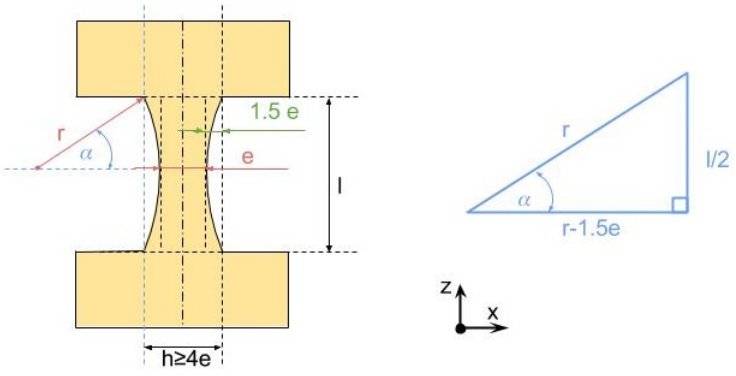



FIGURE 13 – Calcul de l'encombrement d'un col tronqué

Nous avons la relation suivante :

$$l = \sqrt{4r^2 - 4 \cdot (r - 1.5 \cdot e)^2} \tag{3.3}$$

D'après le volume alloué au départ et l'angle initial de 45° définit précédemment, on se propose de choisir une longueur initiale $l$ à tailler de 40 [mm]. Nous calculons donc une longueur de bras effective $\delta$ de *31.2138* [mm]

Nous savons que notre col ne peut effectuer qu'un angle de $\alpha_M$ d'environ 8° dans les deux sens. De ce fait, pour une distance $\delta$ donnée, nous pouvons recalculer les valeurs maximum atteignables pour $\Delta z$ et $\Delta x$. *(N.B : On trouve à chaque fois 2 valeurs pour $\Delta z$ et $\Delta x$ car l'actionneur peut pousser ou tirer le système depuis sa position d'équilibre. On utiliseras les notations $\Delta z_\pm$ $\Delta x_\pm$ )*

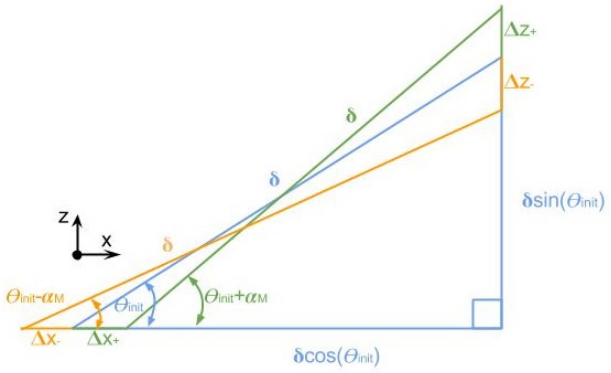



FIGURE 14 – Schéma des mouvements selon x et z

En s'appuyant sur la figure ci-dessus on trouve les relations suivantes :

$$\Delta z_+ = \delta \sin(\theta_{initial} + \alpha_M) - \delta \sin(\theta_{initial}) \tag{3.4}$$

$$\Delta z_- = \delta \sin(\theta_{initial}) - \delta \sin(\theta_{initial} - \alpha_M) \tag{3.5}$$

$$\Delta x_+ = \delta \cos(\theta_{initial}) - \delta \cos(\theta_{initial} + \alpha_M) \tag{3.6}$$

$$\Delta x_- = \delta \cos(\theta_{initial} - \alpha_M) - \delta \cos(\theta_{initial}) \tag{3.7}$$

L'application numérique, compte tenu des paramètres définit jusqu'ici donne les résultats suivants :

- $\Delta z_+$ : 2.8570 [mm]
- $\Delta z_-$ : 3.2866 [mm]
- $\Delta x_+$ : 3.2866 [mm]
- $\Delta x_-$ : 2.8570 [mm]

D'après les sections précédentes, le dispositif n'admet pas de relation linéaire dans sa conception. On remarque donc que le système n'effectue pas le même déplacement du côté $\Delta z_+$ que du côté $\Delta z_-$, de même pour les déplacement selon $x$. Cependant, nous devons garantir que notre miroir puisse toujours effectuer un angle de 2° dans les deux sens, en considérant une marge de 0.1°. Non devons maintenant définir le point d'accroche du dispositif sur le miroir (respectivement, socle qui supporte le miroir) que l'on appellera $D_{radial}$.

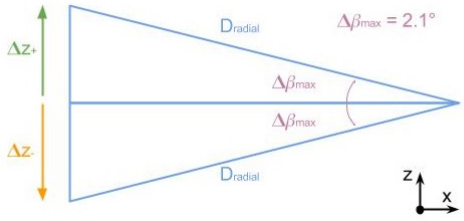



FIGURE 15 – Position angulaire du miroir en fonction de celle du dispositif selon l'axe z

Compte tenu du schéma ci-dessus, nous pouvons établir la relation suivante entre le déplacement $\Delta z$ et le déplacement $\Delta\beta$ effectué par le miroir :

$$D_{radial} = \frac{\Delta z_{\pm}}{sin(\Delta\beta_{max})} \tag{3.8}$$

Bien que cette décision ne permette pas de rentabiliser au maximum les courses des actionneurs dans les deux sens, nous considérons dans un premier temps que l'actionneur est placé en position éteint (zéro), au même endroit que la position $x_0$ du déplacement $\Delta x$ du dispositif. De ce fait, nous devons choisir notre $D_{radial}$ de manière à ce que la direction parcourant le moins de distance sur l'axe z satisfasse quand même les 2.1° à parcourir par le miroir. À l'inverse, il faudra tronquer ( lors de la programmation de l'électronique associée au dispositif) les parcours de x et de z dans l'autre sens, de manière à ce que l'actionneur ne force pas sur le système lorsque celui-ci a touché la butée mécanique.

*(Dans un second temps, nous essayerons d'instaurer un offset dans le fonctionnement de l'actionneur, afin d'avoir une plage d'utilisation plus grande et plus symétrique de celui-ci.)*

Nous trouvons donc un $D_{radial}$ comme suit :

$$D_{radial} = \frac{min(\Delta z_+, \Delta z_-)}{\sin(\Delta\beta_{max})} \tag{3.9}$$

L'application numérique donne les résultats suivants : $D_{radial}$=77.9658

Nous devons maintenant redéfinir les nouvelles valeur de $\Delta z$ et $\Delta x$ dans la direction ou ils ont été tronqué :

Nous avons les résultats suivants :

$$\Delta z_{\pm} = min(\Delta z_+, \Delta z_-) = \Delta z^* = 2.8569[mm] \tag{3.10}$$

$$\Delta x_+^* = \delta\cos(\theta_{initial})) - \sqrt{\delta^2 - (\delta\sin(\theta_{initial}) + \Delta z^*)^2} = 2.5273[mm] \tag{3.11}$$

$$\Delta x_-^* = \sqrt{\delta^2 - (\delta\sin(\theta_{initial}) - \Delta z^*)^2} - \delta\cos(\theta_{initial}) = 3.2865[mm] \tag{3.12}$$

On constate que les courses des actionneurs ne sont pas entièrement rentabilisés. Nous obtenons les utilisations suivantes des courses des actionneurs : selon $x_+$ : 63.18 % et selon $x_-$ : 82.16 %. Plusieurs solutions ont été envisagées afin d'améliorer ces chiffres et sont détaillées au chapitre 7.1.

## 3.5 Calcul et dimensionnement des autres types de cols

Nous allons maintenant calculer les rigidités des cols que nous venons de dimensionner. Nous dimensionnerons ensuite les petits cols, qui sont usinés en série avec les premiers, afin de réaliser les rotules désirées. Les valeurs numérotées avec les 1 font référence aux dimensions des cols tronqués, celles numérotées avec un 2 des cols adjacent (petits cols), orientés selon l'axe orthogonal à celui des cols tronqués :

$$r_1 = 43mm \qquad b_1 = 10mm \qquad e_1 = 0.15mm$$
$$K_{\alpha M,1} \simeq 0.107Pa/m \qquad S_{sec,1} = 1.253 \qquad K^t_{\alpha M,1} \simeq 198.62Pa/m$$

$$r_2 = 2.3mm \qquad b_2 = 10mm \qquad e_2 = 0.2mm$$
$$K_{\alpha M,2} \simeq 0.481Pa/m \qquad S_{sec,2} = 1.891 \qquad K^t_{\alpha M,2} \simeq 501.32Pa/m$$

### 3.5.1 Dimensionnement des petits cols

Le dimensionnement de ces cols en série suit la même logique que si dessus, sauf que nous n'avons plus du tout un angle objectif de 8°. Nous pouvons donc prendre des cols standards et non plus des cols tronqués. Le seul grand critère qui impose le dimensionnement de ces cols est le rapport idéal que nous souhaitons entre $K_{\alpha M}$, la rigidité en flexion du col tronqué, et $K^t_{\alpha M}$, la rigidité transversale du col évalué dans cette partie. En effet, les deux étant montés en série, nous aimerions que les cols effectuent la flexion du mécanisme uniquement lorsque qu'ils subissent un effort dans leurs directions respectives. De ce fait, les rigidités transversales des grands cols doivent être largement supérieures aux rigidités normales des petits cols. On se propose de se fixer un ratio maximum acceptable de 1%. Nous souhaitons : $K_{\alpha M} \geq 100 \cdot K^t_{\alpha M}$.

Le dimensionnement final de ces cols est donc :

— Rayons $r$ : 2.3 [mm]

— Épaisseur $e$ : 200 [$\mu m$]

Avec ces dimensions, nous arrivons à assurer un coefficient de sécurité $S_{sec} = 1.891$ sur les petits cols. De plus, le rapport de la rigidité des petits cols par rapport à la rigidité transversale des grands est de 0.24 %. A l'inverse le rapport des rigidités transversales des petits cols avec les grands est de 0.00022 %. Nous respections donc largement les critères de 1% fixés pour ces paramètres.

L'ensemble de ces calculs on été effectués à l'aide les formule du livre (Henein, 2001) et seront repris plus en détail dans les sections qui suivent. Ils ont été implémentés dans un tableau Excel qui intègre les différentes relations entre les paramètres et qui nous ont permit d'obtenir les paramètres choisis pour notre système.

### 3.5.2 Rotules

Comme expliqué dans notre analyse cinématique, les cardans et rotules se trouvant sur les tiges de notre solution idéale sont tous remplacés par des rotules implémentées par deux cols circulaires montés en série. Nous pouvons considérer que cette solution correspond effectivement à une rotule si l'une des trois rotations de la rotule est très faible. Sur nos tiges, la rotation en torsion est un degré de liberté interne non désirable. Cela nous arrange donc si la rotation autour de cet axe est faible. De plus, nous voulons que la flexion transversale d'un col soit négligeable vis-à-vis de celle du col orienté dans l'axe qui engendre l'effort. Ainsi, nous allons dimensionner nos cols suivant ces contraintes :

— Les angles de flexion doivent assurer la rotation de 2.1° du miroir et de l'anti-miroir.

— La rigidité en flexion du cols orientée dans l'axe sollicité doit avoir un facteur 100 fois plus grand que la rigidité transversale du col adjacent.

— Assurer un coefficient de sécurité supérieur à 1.2 pour les deux cols pour une charge en tout axe.

Les cols orientés dans des directions différentes n'auront pas les mêmes dimensions car ils ne sont pas sollicités de la même manière. Ils utilisent tout deux néanmoins les mêmes équations pour le calcul de leurs rigidités en flexion et en flexion transversale :

$$K_{\alpha M} \approx \frac{2Ebe^{2.5}}{9\pi\sqrt{r}} = \frac{M}{\alpha_M} \qquad K^t_{\alpha M} \approx 0.0295\frac{Eb^3\sqrt{e}}{\sqrt{r}} = \frac{M}{\alpha_M}$$

### 3.5.3 Cardans

Les cardans implémentés dans notre mécanisme doivent soutenir une portion non négligeable du poids du système tout en permettant une rotation de 2 degrés en toutes directions. Pour faciliter notre choix parmi les solutions possibles, nous avons établi quelques valeurs constantes utiles dans tous les calculs de cette partie. Dans un premier temps, nous déterminons le volume de travail maximum dans lequel le cardan doit pouvoir fonctionner correctement. Il faut avoir accès directement au centre de gravité du miroir afin d'assurer les rotations autour de ce point. En partant du volume du trou au centre du miroir, nous arrivons a déterminer notre espace de travail :

$$\begin{aligned} H_{trou} &= 30mm & D_{trou} &= 120mm \\ H_{cdm} &= 14mm & &\textit{(depuis la base du trou dans le miroir)} \\ s_{marge} &= 2mm & e_{socle} &= 10mm \\ H_{cardan} &= 2\cdot(H_{cdm} - s_{marge}) & D_{cardan} &= D_{trou} - 2\cdot(e_{socle} + s_{marge}) \\ &= 24mm & &= 96mm \end{aligned}$$

Dans un second temps, nous imposons les forces et moments que nous allons utiliser dans nos équations :

$$\begin{aligned} F_{actionneur} &\leq 40N & d_{tige-cdm} &\simeq 100mm \\ M_{max} &= F_a \cdot d_t = 4Nm & F_{poids} &= (m_{mir+bip+socle}\cdot g)\cdot S_{sec} \simeq 60N \end{aligned}$$

À partir de ces données, des équations de moment d'inertie et de constante de raideur, nous pouvons faire notre dimensionnement. En utilisant plusieurs programmes sur Matlab (cf. ANNEXE), nous pouvons tester plusieurs combinaisons de dimensions et évaluer les angles de parcours, ainsi que le facteur de sécurité de chaque articulation.
Il est également important de noter que nous avons choisi comme matériaux de référence pour nos comparaison l'Acier Maraging W720 (Henein, 2001). Nous reparlons plus en détail du choix des matériaux dans la partie associée.

## 3.6 Morphological chart

Il s'agit maintenant de définir le modèle d'articulation que nous désirons implémenter dans notre système. Le tableau de la figure suivante 16 présente les différents modèles d'articulations auxquels nous avons pensé :

Pour finir, notre choix pour la réalisation des rotules du mécanisme de transmission des forces se porte sur les deux cols orthogonaux montés en série. Bien que ce modèle présente deux centres de rotations décalés l'un de l'autre, son implémentation semble facile à réaliser. De plus, le décalage des axes de pivotement ne présente pas de problème dans l'application désirée.

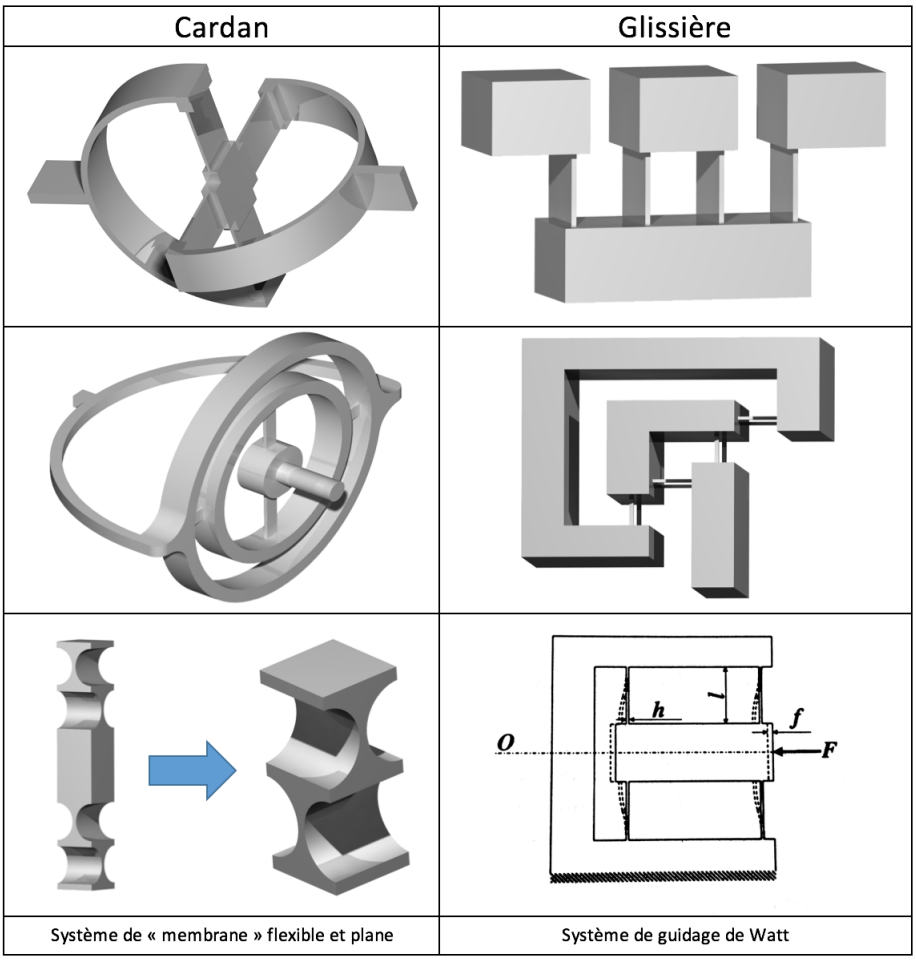



FIGURE 16 – Morphological chart

#### 3.6.0.1 Cardan à quatre tiges

Ce cardan permet les rotations selon les deux axes grâce à trois tiges qui relient chacune le châssis du système à une plate-forme centrale elle-même connectée au socle du miroir. Une troisième tige verticale empêche les translations selon z.
Quoique réalisable, nous remarquions rapidement que cette solution n'était pas la plus robuste parmi les autres cardans, et avons donc décidés de la mettre de coté. Nous souhaitions tout de même mentionner cette solution.

#### 3.6.0.2 Cardan à deux lames et une tige

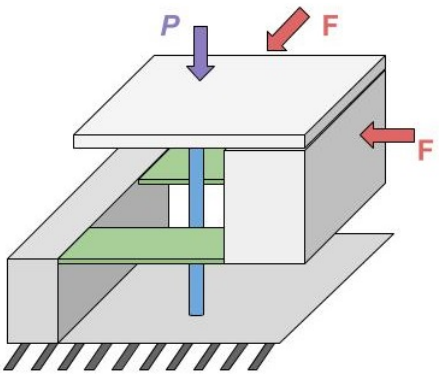



FIGURE 17 – Cardan à deux lames et une tige

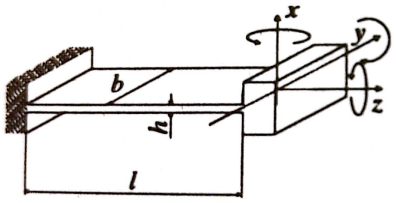



FIGURE 18 – Dimension d'une lame

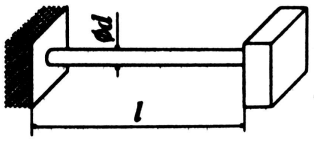



FIGURE 19 – Dimension d'une tige

Ce cardan bloque la rotation selon z avec les deux lames (parfois une grande lames avec un trou pour la tige) montées dans le plan (xy). La tige centrale à un rôle très important car elle doit permettre la rotation en tout sens tout en supportant le poids du système miroir plus socle sans risque de flambage. Nous calculons donc $F_{critique}$ et vérifions que cette force est supérieur au poids (avec facteur de sécurité) $F_{poids} = 60N$.
Ensuite, nous vérifions que le facteur de sécurité $S_{sec}$ des articulations est supérieur à 1.2, et cela pour tous les axes sollicités dans chacune de nos lames et tiges.
Nous imposons donc une rotation de 2.1°(soit 0,0366519 rad) aux deux axes selon x et y dans le but de trouver le $\sigma_{adm}$ associé à chaque élément et déterminer le coefficient de sécurité relatif.

La tige cylindrique centrale possède les moments d'inerties suivant :

$$I_z = \frac{\pi d^4}{32} \qquad I_x = I_y = \frac{\pi d^4}{64}$$

Et ne doit pas flamber sous la force $F_{critique}$ :

$$F_{critique} = (\frac{\pi}{L_{eff}})^2 EI_z \geq F_{poids} = 60N \qquad L_{eff} = C_{sec} \cdot l = 0.5 \cdot l$$

Les deux lames plates possèdent les mêmes moments d'inertie :

$$I_x = \frac{hb^3}{12} \qquad I_y = \frac{bh^3}{12}$$

Pour calculer les moments nécessaires au déplacement angulaire, nous avons besoin d'additionner toutes les constantes de rigidités qui sont en parallèles. Selon x, on a la flexion de la tige ainsi que la torsion des deux lames. Selon y, on retrouve la flexion de la tige accompagné par la flexion des deux lames. Nous vérifions donc en même temps les constantes de rigidités de notre articulation et la force nécessaire pour s'assurer qu'elles ne soient pas trop élevées voir impossible à atteindre avec les actionneurs imposés.

$$K_{\alpha M} = \frac{EI_y}{l} \qquad K_{tors} = \frac{bh^3 G}{3l}$$

$$K_{eqX} = 2 \cdot K_{tors} + K_{\alpha M_{tige}} = \frac{M}{\alpha_{Mx}} \qquad K_{eqY} = 2 \cdot K_{\alpha M_{lame}} + K_{\alpha M_{tige}} = \frac{M}{\alpha_{My}}$$

$$\alpha_M = \frac{2\sigma_{adm} l}{Eh} \qquad \sigma_{adm} = \frac{\sigma_D(10^7)}{S_{sec}}$$

$$\alpha_{tors} = \frac{\tau_{adm} l}{hG} \qquad \tau_{adm} = \frac{\sigma_{adm}}{\sqrt{3}}$$

Avec ces équations, nous avons rédigé un code Matlab (voir Annexe) qui permet de tester rapidement plusieurs dimensions et de trouver les tailles optimales de chaque élément tout en assurant les facteurs de sécurités.

Ainsi, des dimensions fonctionnelles pour ce mécanisme seraient :

$$d_{tige} = 1mm \qquad l_{tige} = 12mm$$
$$l_{lame} = 12mm \qquad b_{lame} = 10mm \qquad h_{lame} = 1mm$$
$$K_{x,eq} \simeq 40.8N/m \qquad K_{y,eq} \simeq 27.6N/m$$
$$S_{sec,lame,min} = 1.25 \qquad S_{sec,tige,min} = 1.25$$
$$F_{x,néc.} \simeq 15.0N \qquad F_{y,néc.} \simeq 10.1N \qquad F_{critique} \simeq 5195N \geq 60N$$

Comme on peut le constater, l'inconvénient de cette solution est que la rigidité n'est pas la même dépendant de l'axe de rotation, et donc la force à appliquer non plus. Cette solution est viable mais nous n'avons pas opté pour celle-ci du fait de cet inconvénient.

#### 3.6.0.3 Cardan à quatre barres en croix

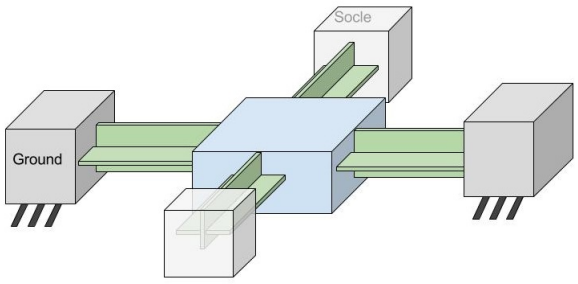



FIGURE 20 – Cardan à 4 barres en croix

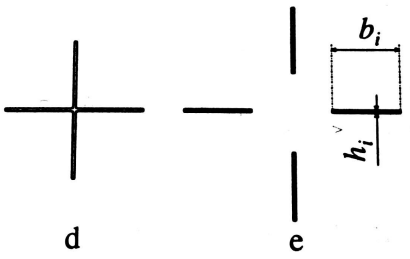



FIGURE 21 – Dimension des éléments sur le cardan à 4 barres en croix

Ce cardan utilise le principe de barres de torsion pour ne permettre que les rotations autours des axes x et y. Ces barres nous permettent de "considérer, sans grande erreur, que les différents rectangles (dimension $h$ et $b$ avec $b \geq 10h$) qui composent la section résistent à la torsion indépendamment l'un de l'autre" (Henein, 2001). Le livre *Conception des guidages flexibles* de Henein nous donne la rigidité en torsion pour une des poutres prismatiques à parois minces ne pouvant pas gauchir :

$$K_{tors} \simeq \frac{JG}{l - 2\beta \tanh(\frac{1}{2\beta})} \qquad où\ \beta = \frac{h}{2}\sqrt{\frac{EI_p}{JG}} \qquad et\ J = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{n} h_i^3 b_i$$

La poutre que nous avons choisie est une poutre encastré en forme de croix. De plus, nous avons deux de ces poutres montées en série par axe de rotation, ce qui reviens à diviser la rigidité par un facteur 2. Afin de calculer cette rigidité en torsion, nous avons besoin des moments d'inertie selon x et y de notre poutre. Il nous faudra également un coefficient de proportionnalité de la rigidité torsionnelle $C$ qui prends en compte l'augmentation de rigidité provoqué par les congés de raccordement. Nous trouvons ces données dans le livre *Mécanique des matériaux* de Massonnet et Cescotto :

$$I_p = I_x + I_y \qquad I_x = \frac{bh^3}{6} + \frac{h(2b+h)^3}{12} \qquad I_y = \frac{hb^3}{6} + \frac{h(2b+h)^3}{12}$$
$$C = k\frac{G}{3}\sum bh^3 \qquad où\ k{=}1.25 \qquad pour\ les\ poutrelles\ en\ double\ T$$

Cet ouvrage nous permet également de retrouver les équations qui nous serons utiles pour évaluer la contrainte tangentielle maximum de chaque rectangle de notre poutre. Nous regardons ensuite la contrainte $\sigma_{max}$ pour s'assurer qu'elle est bien supérieure à $\sigma_{adm}$ que nous imposons pour ce cardan avec un facteur

de sécurité de $S_{sec}$=*1.5*.

$$\alpha_T = \frac{M}{G} \qquad \tau_{max} = G\alpha_T h \qquad \tau_{adm} = \frac{\sigma_{adm}}{\sqrt{3}}$$

Enfin nous évaluons la force requise par les actionneurs pour effectuer les 2.1°requis par le cahier des charges en évaluant simplement le rapport $F = K_{tors} \cdot \alpha_t \,/\, D$ ; où $D$ est la distance des branches principales et le centre de masse.

Nous avons également souhaité vérifier que ce cardan arrive à tenir le poids du miroir et de son socle $F_{poids}$ sans avoir un déplacement $f$ du centre de masse. La rigidité pour faire cette évaluation a été compliqué n'a pas été une mince affaire. Nous faisons donc les estimations que le poids est appliqué seulement sur deux des quatre barres en croix, et donc la constante de rigidité équivalente est la moitié de la somme de la rigidité d'une lame sollicitée en flexion et une autre en flexion transversale :

$$I_x = \frac{hb^3}{12} \qquad I_y = \frac{bh^3}{12}$$
$$K_{fM}^t = \frac{2EI_x}{l^2} \qquad K_{fM} = \frac{2EI_y}{l^2}$$
$$K_{eq} = \frac{K_{fM} + K_{fM}^t}{2} = \frac{M}{f}$$

$$\boxed{\Rightarrow f = \frac{72Ml^4}{E^2b^4h^4}}$$

Cette rigidité équivalente devrait être plus faible que la rigidité réelle de nos poutres en croix, et donc nos estimations nous donnent une déflexion plus généreuse que la réalité.
Ainsi, des dimensions fonctionnelles pour ce mécanisme seraient :

| | | |
|---|---|---|
| $l = 20mm$ | $b = 10mm$ | $h = 0.5mm$ |
| $K_{tors,eq} \simeq 28.13N/m$ | $K_{f,eq} \simeq 2.42 \cdot 10^5 N/m$ | |
| $\tau_{max} = 2.44 \cdot 10^8 Pa$ | $\tau_{adm} = 2.12 \cdot 10^8 Pa$ | *Avec un facteur de sécurité de 2* |
| $F_{tors,néc.} \simeq 10.31N$ | $f_{poids} \simeq 24.8\mu m$ | |

Ce mécanisme ne présente pas le même soucis de rigidité différente dépendante des axes. Elle satisfait aussi les contraintes de volume, de rigidité et de sécurité. Cependant, nous avons certaines appréhensions sur la méthode de fabrication de cette solution.

### 3.6.1 Choix du cardan

Le cardan est l'un des éléments les plus important du mécanisme car c'est autour de lui que repose toute la rotation réelle du système. Nous mettons de coté l'articulation à quatre tiges par intuition, il nous reste donc à choisir parmi la solution à barre de torsion et la solution à deux lames et une tige. Nous choisissons donc la solution à barres de torsion car elle ne présente pas le soucis de rigidité variante avec l'axe de rotation. Cette solution rentre dans le volume de travail alloué, possède un facteur de sécurité supérieur à 1.2 et permet la rotation de 2.1 ° . Le cardan à quatre barres de torsion sera donc implémenté aux centres de masses de notre miroir ainsi que notre contre-miroir.

### 3.6.2 Glissières : Guidages linéaires

#### 3.6.2.1 Table à deux lames parallèles

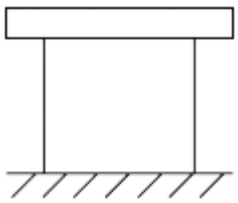


FIGURE 22 – Schéma table à deux lames parallèles

La table à deux lames parallèles est un guidage rectiligne très simple, cependant il a le défaut d'avoir un mouvement parasite important pour des déplacements macroscopiques (Henein, 2001). De nombreuses solutions créatives pour s'affranchir de ce mouvement parasite existent : mise en parallèle de deux tables, hyperguidage, lames opposées...

#### 3.6.2.2 Table parallèles avec correction du mouvement parasite

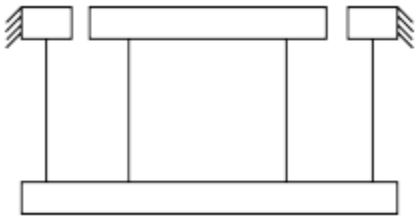


FIGURE 23 – Schéma tables parallèles, avec un mouvement rectiligne du bloc de sortie

On contraint ainsi la table supérieure à un mouvement uniquement rectiligne. Cependant lors d'une analyse un peu plus détaillée, on réalise qu'il existe un Degree of Freedom (DOF) interne qui peut être gênant si le système est activé avec fréquence. En effet, tout système à une fréquence de résonance proportionnelle à $\sqrt{\frac{k}{m}}$, avec k la rigidité et m la masse du système.

Si un système a donc une ou plusieurs pièces libres de vibrer, et qu'un événement extérieur vient exciter le mécanisme avec une fréquence proche de la fréquence de résonance, le système va commencer à osciller de manière incontrôlée. Il est donc préférable d'éviter ce phénomène pour garantir une précision et une constante lors de la prise de mesure.

#### 3.6.2.3 Table hyperguidée à quatre lames

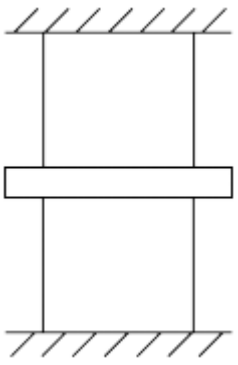


FIGURE 24 – Schéma table hyperguidée à quatre lames

Ce type de guidage linéaire (Henein, 2001) est constitué de deux tables à deux lames parallèles fixées sur le même bloc mobile. c'est une solution hyperstatic qui subit une translation rectiligne lorsqu'une force F lui est appliquée.

Après avoir calculés des exemples de course admissible, nous remarquons que la course de la table hyperguidée à quatres lames est faible comparé à d'autres tables réalisées avec les mêmes lames. De plus, l'hyperstatisme induit des efforts important dans les blocs de base et mobile. Il faudrait donc prendre des dispositions (augmentation de la rigidité) pour éviter que le bloc mobile ne se tordent.

#### 3.6.2.4 Table à deux lames parallèles opposées

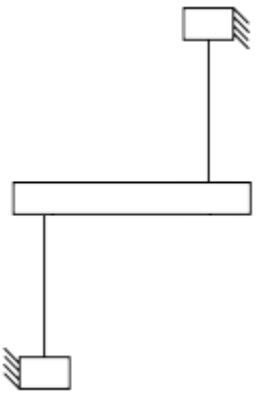


FIGURE 25 – Schéma table à deux lames parallèles opposées

Enfin, cette solution permet de modifier le type de mouvement parasite. Celui-ci est en rotation autour du centre du bloc mobile. C'est différent de la simple table à deux lames parallèles qui a un mouvement parasite de translation par rapport au bloc fixe.

Ce type de guidage peut s'apparenter à un guidage de Watt (Blanchard, Création : 2006, consulté : 20-05-2017), composé de trois barres de mêmes longueurs. Deux d'entre-elles sont reliés chacune à un pivot tandis que la dernière lient les deux barres ensemble. Le centre de masse de la barre liante se déplace sur une ligne droite. Grâce à cette propriété, nous pouvons réaliser un guidage linéaire.

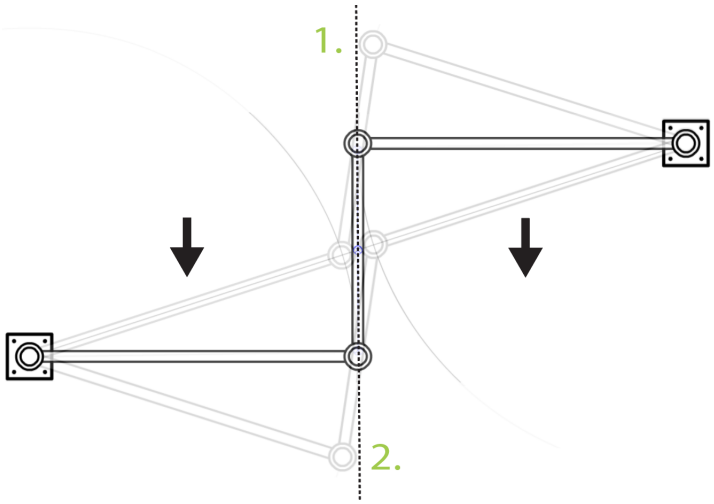



FIGURE 26 – Schéma table à deux lames parallèles opposées

Notre premier dimensionnement de guidage linéaire s'orientait vers celui-ci. Malheureusement, nous n'avons pas réussi à dériver les équations relatives à la course de ce système. En effet, après paramétrisation en coordonnées polaires, nous arrivons à :

$$\rho^2 = b^2 - (asin(\theta) \pm \sqrt{c^2 - a^2 cos^2(\theta)})^2$$

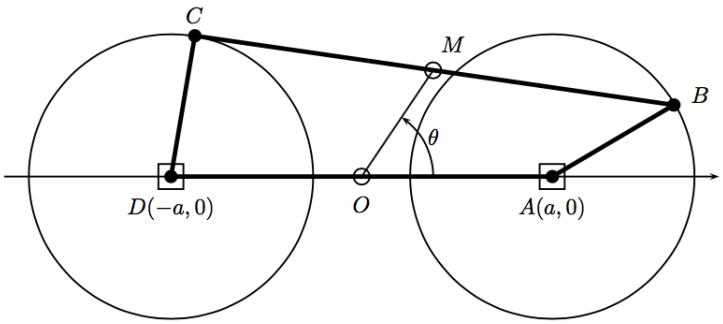



FIGURE 27 – Paramétrisation du parallélogramme de Watt

Dans l'optique de trouver notre course, il faut déduire $\theta$ de notre équation. Vu la complexité de l'équation, nous avons utilisé un logiciel pour trouver cette solution (voir Annexe : Wolfram Mathematice 11.0 - $\theta$ ). La solution de cette équation ne s'approxime pas raisonnablement par un polynôme et sa complexité la rends inutilisable tel quel.

### 3.6.3 Sélection : Guidage linéaire

Pour conclure notre analyse, nous éliminons les trois derniers systèmes d'après le récapitulatif suivant :

| Nom du système | Note indicative pour implémentation TCM ($Note/6$) | Raison du refus |
|---|---|---|
| Table parallèles avec correction du mouvement parasite | 4 | Fréquence de résonance qui dépends de la rigidité du système |
| Table hyperguidée à quatre lames | 2 | Course très faible et hyperstatisme |
| Table à deux lames parallèles opposées | 5 | Complexité de l'analyse |

TABLE 1 – Tableau comparatif des systèmes de guidages linéaires refusés

Nous gardons la table à deux lames parallèles qui est l'alternative la plus simple. Malgré un mouvement parasite important pour des déplacements macroscopiques, celui-ci peut-être négligé. En effet, le mouvement parasite ne pousse pas notre guidage vers les aimants du système : ceci entraînerait le blocage de la glissière. Ce mouvement parasite réduit seulement la surface entre les deux plaques de l'aimant. La réduction est inférieure à 5% d'après nos estimations. Nous considérons donc que la force (dépendant du champs et de la surface) varie peu.

*N.B = La table à deux lames parallèles opposées aurait été une solution pour limiter la diminution de la surface.*

Ainsi, des dimensions fonctionnelles pour ce mécanisme seraient :

$l = 150mm$ ; $b = 10mm$ ; $lc = 37.5mm$ ; $h = 1.9mm$

Acier Maraging W720 (Henein, 2001) - p. : $E = 193e9$ ; $\sigma_D = 735e6$

*N.B = La dimension de l est permise par l'utilisation de nos actionneurs à l'horizontale. C'est l'un des grands avantages de notre système.*

À l'aide des formules suivantes (Henein, 2001), la paramétrisation est :

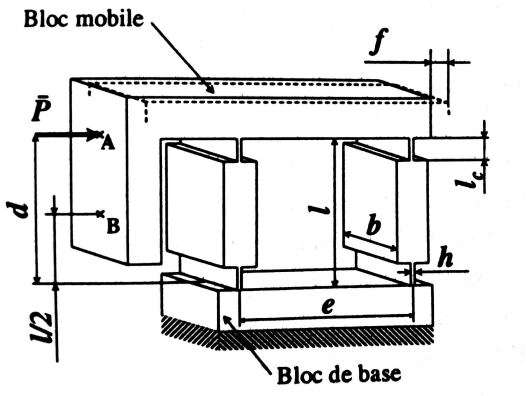



FIGURE 28 – Schéma de la glissière à lames (Henein, 2001)

$$\xi = \frac{2 * lc}{l}$$

avec $0 < \xi < 1$ qui permet d'empêcher les cas sans cols ou avec un seul col de la taille de la barre.

Rigidité en translation :

$$K_o = \frac{2bh^3E}{\xi(3 - 3\xi + \xi^2)l^3}$$

Contrainte admissible :

$$\sigma_{adm} = \frac{3Ehf_{adm}}{\xi(3 - 3\xi + \xi^2)l^2}$$

Nous avons déduits de nos différents cours :

$$fadm = \frac{F}{Ko}$$

$$S = \frac{\sigma_D}{\sigma_{adm}}$$

Nous cherchons à remplir ces deux conditions :

— notre course est supérieure à 4mm (course positive et négative).

— notre coefficient de sécurité est supérieur à 2 ($S >= 2$).

Nous supposons que la force maximale que les actionneurs peuvent fournir est de $F = 40N$ à chaque instant. Nos résultats, calculés à l'aide du logiciel Matlab (voir Annexe : Matlab - Guidage linéaire), sont :

$$f_{adm} = 0.00446163m$$
$$S = 2.94816666$$

S est sans unités tandis que la course ($f_{adm}$) est en mètres.

#### 3.6.3.1 Précontraintes

Il aurait aussi été possible de pré-contraindre notre table à quatre cols prismatiques comme vu durant le cours de Conception de Mécanisme I-II du Pr. Henein.

D'après le formulaire (Henein, 2001), notre rigidité sous charge est donnée par :

$$K_{tot} = K_o - \frac{N}{l}$$

avec $K_o$ : Rigidité en translation ; N : Force appliquée sur la table ; l : Longueur des tiges.

Cependant, après réflexion, il semblerait que la pré-contrainte améliore la course positive (resp. négative) mais détériore la course négative (resp. positive).

## 3.7 Dimensionnement du système de compensation

### 3.7.1 Données

Inerties du miroir : $I_{xx} = I_{yy} = 0.0159 kgm^2$
Inertie du socle : $I_{s,xx} = I_{s,yy} = 0.052 kgm^2$, calculé avec CATIA, on a veillé que le CdM du socle soit au même point que le CdM du miroir.

Pour calculer l'inertie totale il faut appliquer le théorème de Steiner au miroir pour déplacer son inertie au centre de masse du dernier autour duquel on tournera, car l'inertie donnée n'est pas celle du CdM. Le théorème de Steiner s'écrit :

$$I = I_{CdM} + md^2 \tag{3.13}$$

(Wikipedia, 2017a)

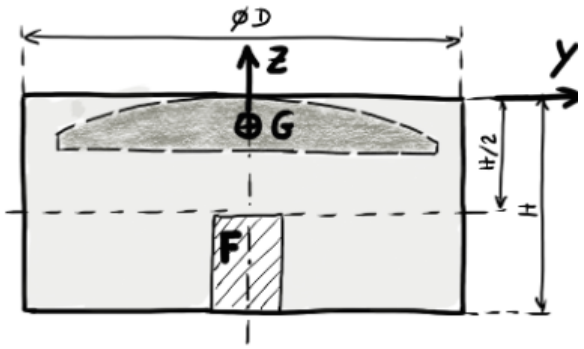



FIGURE 29 – CdM du miroir dans le repère donné (source : cahier de charges)

La distance $d = -23.8[mm]$ selon l'axe z jusqu'au CdM (voir figure 29) et la masse $m_m = 1.95[kg]$ ont aussi été données dans le cahier de charges. On retrouve donc que l'inertie du miroir à son CdM est de :

$$I_{m,xx} = I_{m,yy} = I_{xx} + m_m d^2 = 0.01479544200[kgm^2]$$

$\Rightarrow$ Inertie totale de l'ensemble socle/miroir selon x et selon y :

$$I_{tot} = I_{m,xx} + I_{s,xx} = 0.06679544200[kgm^2] \simeq 0.0668[kgm^2]$$

On doit avoir la même inertie sur le contre-miroir qui fait les mouvements inverses de l'ensemble miroir/socle.

### 3.7.2 Propositions

#### 3.7.2.1 Première proposition - Cylindre plein

Le cylindre plein à utiliser comme contre-miroir est la première idée qui nous est venue à l'esprit, puisque la forme est directement déduite de celle du miroir imposée par le cahier des charges. En plus, un cylindre plein simplifie les calculs . En effet, l'inertie du cylindre plein se calcule :

$$I_x = I_y = \frac{1}{4}MR^2 + \frac{1}{12}ML^2 \tag{3.14}$$

(EPFL, 2006)

On a donc conclu que ceci serait une solution simple à implémenter. Le seul désavantage que l'on a trouvé est que nous considérons cette solution peu originale et ceci n'est pas vraiment un inconvénient.

| Avantages | Inconvénients |
|---|---|
| Mêmes inerties selon x et y | Originalité |
| Facilement calculable | |
| Facilement usinable | |

Table 2 – Tableau Avantages et Inconvénients - Cylindre plein

#### 3.7.2.2 Deuxième proposition - Géométrie complexe

Une autre idée était de recopier exactement l'ensemble miroir/socle en utilisant des matériaux similaires (ou les mêmes si possible) en densité massique pour avoir les mêmes propriétés inertielles.
Le grand avantage de cette proposition est que l'inertie serait exactement la même que celle de l'ensemble miroir/socle si on le recopie tel quel. Ceci comporte aussi le problème de devoir trouver un matériau avec les mêmes propriétés que le miroir, car c'est exclu d'utiliser un deuxième miroir uniquement pour compenser l'inertie pour des raisons financières.
Un autre désavantage serait l'usinage complexe pour reproduire la géométrie de l'ensemble miroir/socle. L'inertie ne serait plus calculable à la main et on devrait utiliser des méthodes numériques pour la trouver.

| Avantages | Inconvénients |
|---|---|
| Mêmes inerties que l'ensemble miroir/socle (si mêmes matériaux) | Compléxité géométrique |
| | Inertie complexe |
| | Espace indisponible |

Table 3 – Tableau Avantages et Inconvénients - Géométrie complexe

Cette solution ne peut pas être implémentée par manque de place. Le miroir tout seul prend $108[mm]$ en hauteur (en comptant les pieds de fixation) tandis que la hauteur disponible, imposée par le cahier des charges, n'est que de $200[mm]$. Deux «miroirs» n'entrent donc pas dans cet espace.

#### 3.7.2.3 Troisième proposition - Autres géométries simples

Nous avons pensé utiliser d'autres géométries simples, différentes d'un cylindre. Une idée était d'utiliser un parallélépipède, mais nous avons vite décidé d'enlever cette approche, parce que les inerties selon x et y ne sont pas les mêmes ($I_{xx} \neq I_{yy}$).

Une autre idée était d'utiliser une sphère qui enlève le problème des inerties pas égales, car $I_{xx} = I_{yy} = I_{zz}$ pour une sphère. Vite, nous nous sommes rendus compte que cette solution n'était pas idéale non plus car elle ne rentabilise pas l'espace disponible et est très encombrante .

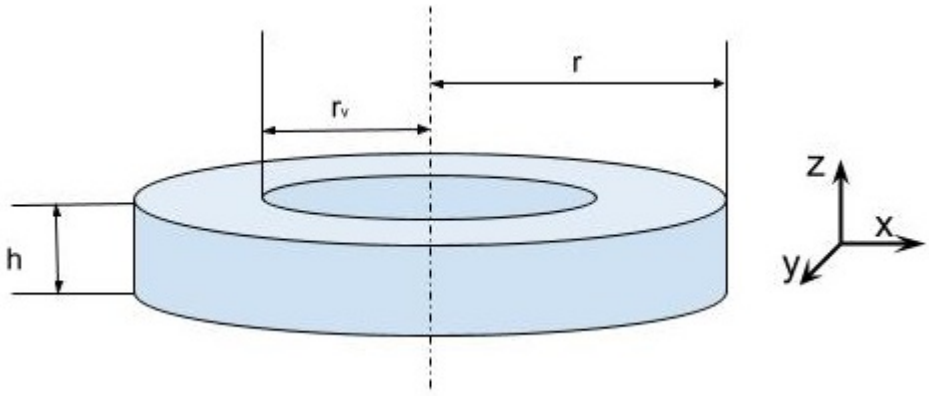



FIGURE 30 – Dimensions de l'anti-miroir

#### 3.7.2.4 Choix

Nous avons évalué nos trois propositions et nous avons décidé de choisir la première - le cylindre plein. On a assez vite éliminé les autres géométries simples à cause de leur inconvénients expliqués ci-dessus. Ensuite il fallait décider entre le cylindre plein ou une copie de l'ensemble miroir/socle et nous avons opté pour le cylindre plein qui est plus simple et qui surtout prend moins de place que la géométrie complexe de l'ensemble miroir/socle et rentre donc dans le volume imposé par le cahier de charges.

### 3.7.3 Développement du contre-miroir

Nous nous sommes basés sur notre première proposition, le cylindre plein (voir paragraphe 3.7.2.1), pour la conception du contre-miroir final.
Notre design final comporte un trou cylindrique au centre du cylindre pour le cardan sur lequel sera fixé le contre-miroir. Cette cavité permet aussi d'avoir un mouvement angulaire autour du CdM de l'anti-miroir tel que aucune force ne soit exportée.

Le cylindre plein et le trou ont le même CdM, ce qui veut dire qu'il ne faut pas appliquer le théorème de Steiner pour calculer l'inertie équivalente. On procède donc à l'aide de l'équation 3.14 et on trouve :

$$I = \frac{1}{4}\rho V_1 r^2 + \frac{1}{12}\rho V_1 h^2 - \frac{1}{4}\rho V_2 r_v^2 - \frac{1}{12}\rho V_2 h^2 \tag{3.15}$$

et en sachant que $V_1 = \pi r^2 h$ et $V_2 = \pi r_v^2 h$ on retrouve :

$$I = \rho\pi(\frac{1}{4}h(r^4 - r_v^4) + \frac{1}{12}h^3(r^2 - r_v^2)) \tag{3.16}$$

Maintenant, nous pouvons procéder avec le dimensionnement du contre-miroir en fixant $\rho$ par choix, $r$ par rapport à la place disponible et $r_v$ par rapport au cardan auquel sera attaché l'anti-miroir. Il nous reste donc uniquement la hauteur $h$ à déterminer pour avoir une inertie équivalente à celle de l'ensemble miroir/socle. Nous nous retrouvons avec une équation polynômiale de degré trois :

$$h^3 \cdot \frac{1}{12}(r^2 - r_v^2) + h \cdot \frac{1}{4}(r^4 - r_v^4) - \frac{I}{\rho\pi} = 0 \tag{3.17}$$

On résout ce polynôme numériquement à l'aide du logiciel MATLAB (voir code MATLAB en annexe : contre-miroir). À noter que la précision de la méthode numérique utilisée (la fonction roots()) n'est malheureusement pas toujours très précise pour des polynômes de haut degré ((Quarteroni, 2010)).

Ayant un polynôme de degré trois cet effet est négligeable et ceci a été vérifié par notre programme MATLAB.

Pour $\rho = 19300[kgm^2]$ le tungstène (Wikipedia, 2017b), $r = 0.150[m]$ le rayon du miroir, $r_v = 0.048m$ pour laisser assez de place au cardan qui soutient le contre-miroir, on trouve donc en utilisant notre code MATLAB :

$$h = 0.004724049206040[m] \simeq 4.72[mm]$$

### 3.7.4 Problèmes rencontrés - solution

Nous avons remarqué que la solution envisagée de l'anti-miroir devait être modifiée, car il n'y avait plus de place pour faire passer des barres de support pour le reste du mécanisme et les fixations à travers desquels le dispositif sera fixé au reste du télescope.
Il fallait percer des trous à travers le contre-miroir pour garantir le passage de ces barres et en même temps garantir une symétrie telle que les inerties du contre-miroir soient encore les mêmes selon les axes x et y (voir figure 31).
Il faut ajouter que nous négligeons les petits trous qui sont nécessaires à la fixation de la transmission principale et au cardan qui tient l'anti-miroir. Nous justifions ceci par le fait que ces trous sont très petits et ne causent donc qu'une très faible altération de l'inertie.

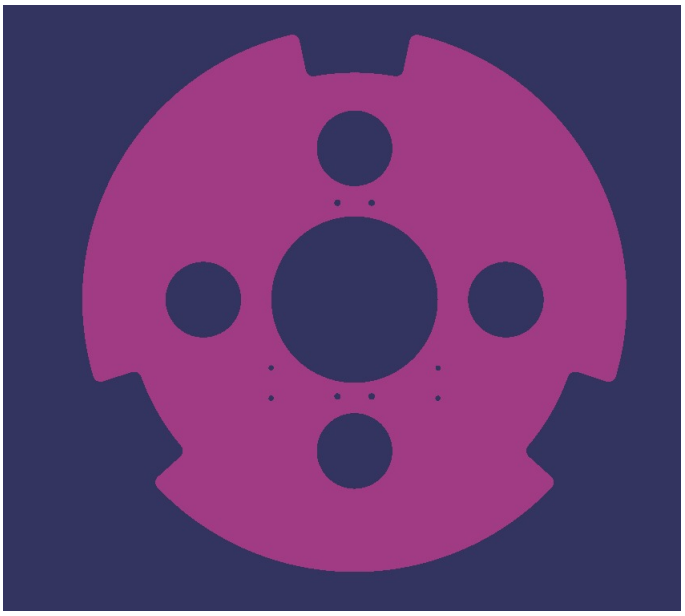


FIGURE 31 – Nouvelle forme de l'anti-miroir pour éviter les supports

Les nouvelles dimensions diminuent donc l'inertie de notre contre-miroir.
Par manque de temps, nous avons procédé par tâtonnement sur le logiciel CATIA pour trouver l'épaisseur du contre-miroir nécessaire à garantir un moment exporté de $0[Nm]$.

Nous trouvons donc une épaisseur de $5[mm]$ pour l'anti-miroir.

## 3.8 Choix des matériaux

Le cahier des charges nous impose des caractéristiques dont nous tirons les critères principaux suivants sur le choix du matériau :

— Masse volumique faible

— Ratio $\frac{\sigma_{adm}}{E}$ élevé (la course admissible est proportionnelle à ce ratio)

— Une résistance à la fatigue assez élevée, car le mécanisme doit pouvoir fonctionner pendant 10 ans.

— Un module de Young faible peut être un avantage car il diminue la rigidité angulaire, cependant il diminue également les rigidité transverses qui doivent être maximisées selon le cahier des charges.

Puis, les critères transverses :

— Matériau non ferro-magnétique pour éviter des comportements inattendus des appareils de mesures par exemple.

Tous ces critères sont à nuancer pour certaines pièces. Les pièces techniques ou particulières, comme nos articulations ou nos masses, nécessitent des propriétés particulières pour être appliquées dans notre mécanisme.

— Pour minimiser les contraintes et les forces parasites qui seraient exportés, nous avons donc décidé de prendre un matériaux de faible densité pour l'ensemble de nos pièces structurelles.

— Les éléments servant à l'opposition de force comme le contre miroir ou les masses ont besoin d'un densité importante pour que leur volume soit le plus petit possible.

— Quant aux articulation en guidage linéaire, nous travaillons au cas par cas, entre les éléments nécessitant une constante de Young élevé ou celles qui on besoin d'un rapport adéquat entre le module de Young et le la limite d'endurance par exemple.

Sans compter les matériaux imposés pour le miroir, les bipodes ainsi que les actionneurs et le capteur, nous allons donc travailler avec cinq matériaux principaux :

— Acier Maraging W720 : le module de Young élevé est intéressant pour les cardans et les glissières.

— Aluminium EN AC-AlSiMg0,3 T6 : densité et coup de matière première faible et donc idéal pour les éléments de structure dans notre mécanisme.

— Fonte EN-GJS-1000-5 : la densité élevée est favorable pour l'encombrement des masses ainsi que du disque d'équilibre massique situé au dessus du miroir.

— Titane Ti Al6 4V : les propriétés du matériau sont nécessaire pour le dimensionnement correct des cols sur les tiges principales.

— Tungstène pour application spatiale : les propriétés du matériau sont intéressantes pour sa masse volumique très élevé qui peut servir pour le contre miroir.

La résistance à la fatigue dépend de la contrainte moyenne $\sigma_{moy}$ , de l'amplitude $\sigma_a$ et du nombre de cycles. On obtient ainsi une courbe de Wöhler.

Nous avons choisi d'utiliser la valeur de la limite d'endurance à $10^7$ cycles pour $\sigma_D$ que l'on trouve généralement d'après la théorie des courbes de Wöhler (Philibert Alain Vignes, 2002). En effet, ce choix se justifie par le fait que si le TCM fonctionne 40h par semaine pendant 10 ans (heures totales 2.080 x10 4), avec un cycle $\simeq$ 0.40s (en comptant les temps de pause dans notre cycle), nous atteignons $C = 1.872 \cdot 10^6$.

Ainsi nous avons une **estimation du nombre de cycle largement supérieure à la réalité**, nous augmentons donc nos différents facteur de sécurité légèrement en choisissant $\sigma_D(107)$ qui est supérieur à notre nombre de cycle $C$.

**Règle de Miner :**

$$\sum \frac{N_i}{N_f(\sigma_{ai})} = 1$$

Pour être vraiment très précis dans nos facteurs de sécurité, nous devrions utiliser la règle de Miner vu que notre n'est pas constante au cours du cycle comme vu durant le courbe de matériau (Sorin, Cours : 2015). Cependant, nous négligeons cet effet.

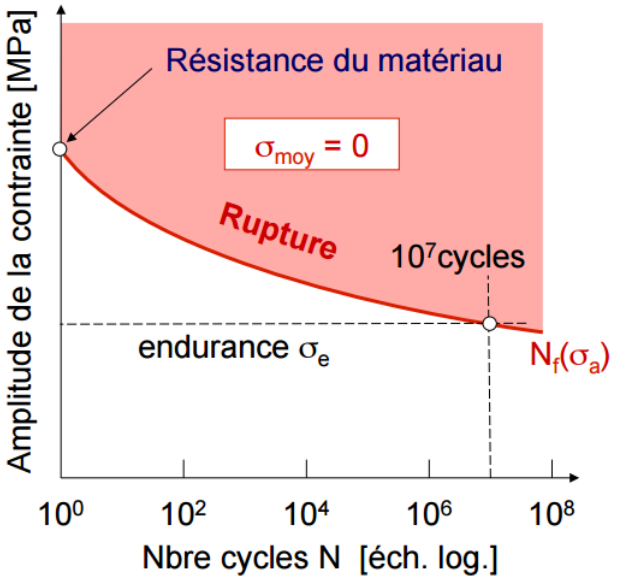



FIGURE 32 – Courbe de Wöhler (Sorin, Cours : 2015)

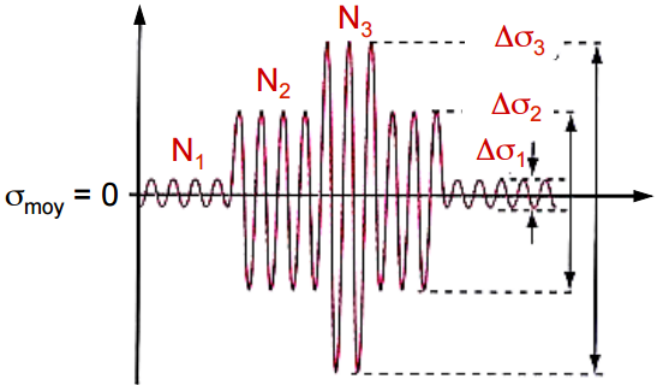



FIGURE 33 – Explication règle de Miner en matériaux (Sorin, Cours : 2015)

## 3.9 Capteurs

Différentes particularités du capteur sont à noter pour lui permettre de fonctionner correctement. C'est un capteur à courant de Foucault qui demande pour fonctionner :

— Une surface face au capteur qui soit conductrice.

— Une surface face au capteur qui soit assez épaisse (supérieure à 2mm) (Precision, 2016a).

— Un diamètre cible d'au moins 300% le diamètre du capteur (Precision, 2016b).

Pour répondre à ces différents critères, nous avons fait en sorte d'avoir :

— Une surface faite d'aluminium qui est excellent conducteur thermique et électrique. (Attention car au contact de l'air, une couche d'oxyde isolante (alumine, Al2O3) peut se déposer. (Rezoactif, 2015)

— Une surface de $10mm$ d'épaisseur (socle).

— Le diamètre du capteur est de 5.1 mm. Le diamètre total de notre socle est de 150 mm. Néanmoins, dans notre système à l'avant du capteur, le dispositif promet seulement 215% de diamètre cible pour un diamètre de 11 mm. Nous n'avons pensé à ce critère qu'après conception du système entier et le déplacement des capteurs pousserait à modifier de nombreux paramètres (inertie, supports capteurs...).

## 3.10 Butées mécaniques

Le système doit être protégé par des butées mécaniques, qui protègent les différents composants du système. Les capteurs, de part leur conception, sont amené a travailler très proche du module oscillant. De ce fait, nous avons choisi de placer les butées directement à côté des capteurs, afin de garantir qu'ils ne soient pas détruits en cas de dépassement d'angle du miroir. Les butées sont donc intégrées au support des capteurs. Comme cité précédemment, les capteurs fonctionnent avec des courants induit. C'est pourquoi les supports de capteurs qui font aussi office de butée seront réalisés en plastique. Bien qu'il faille utiliser du POM-C afin de garantir un bonne résistance aux chocs de cette pièce, il est possible de les réaliser en impression 3D, ce qui est un avantage, car la forme de cette pièce est relativement complexe et donc difficile à usiner.

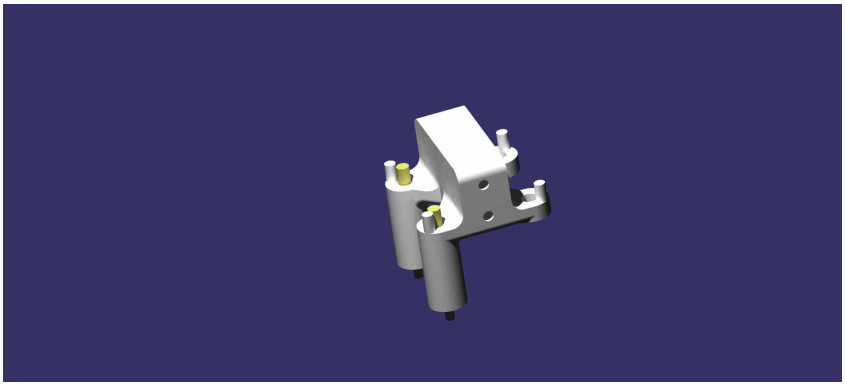


FIGURE 34 – Pièce de support avec deux capteurs et 4 butées

## 3.11 Encombrement

Le volume alloué pour le mécanisme y compris le miroir est : cylindre d'un diamètre $D = 400mm$ et d'une hauteur $H = 200mm$.

Nous respectons ce critère comme le montre le plan suivant (plus de détails en annexe).

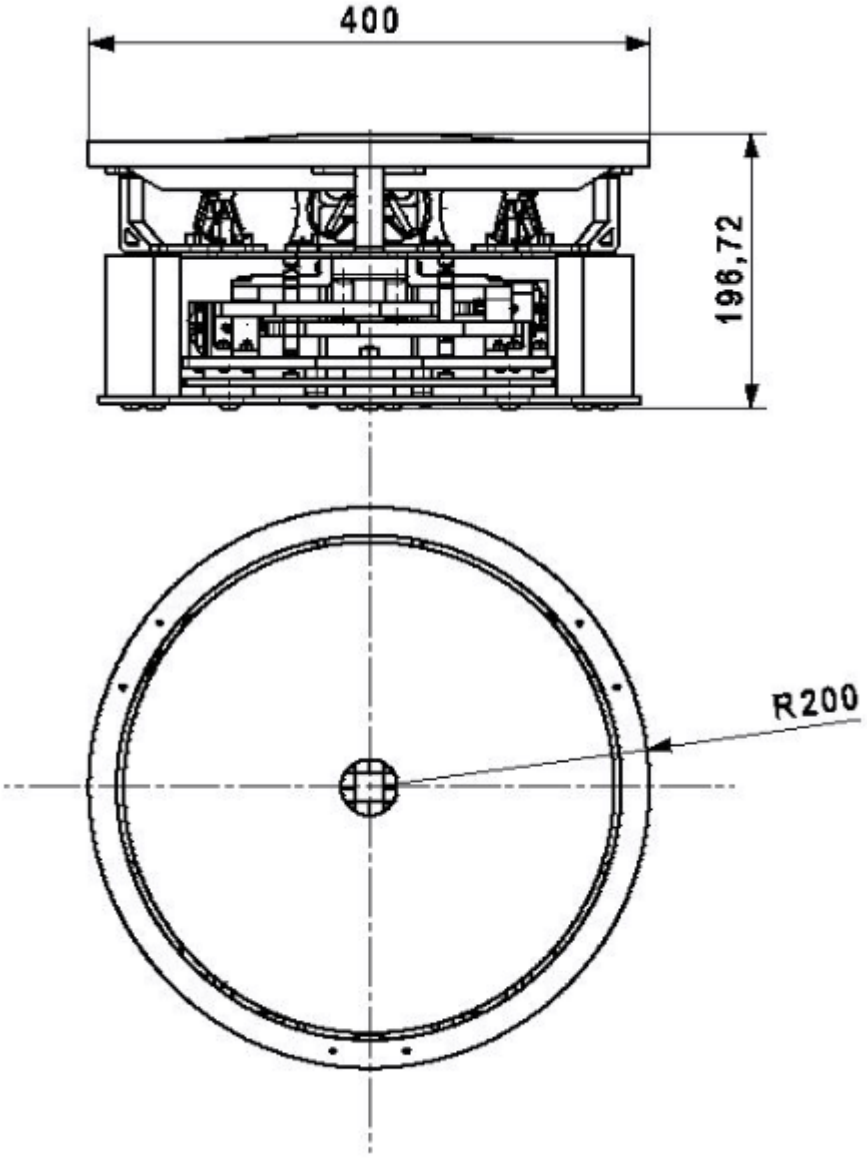



Figure 35 – Plan montrant l'encombrement du dispositif

# 4 Performance

## 4.1 Calculs

### 4.1.1 Calcul de l'inertie équivalente vue par le miroir

Nous avons, dans le but de calculer l'inertie équivalente, utilisé l'approche donnée dans le cours de Conception de Mécanismes I et II. Le calcul se fait donc à l'intermédiaire des énergies cinétiques :

$$\frac{1}{2}J_{eq}\omega_1^2 = \sum E_{cinetique} \tag{4.1}$$

*NB : Nous négligeons les rigidités des guidages flexibles pour ce calcul par souci de simplicité*
L'énergie cinétique de l'inertie équivalente est la même que la somme de toutes les énergies cinétiques de toutes les pièces en mouvement.

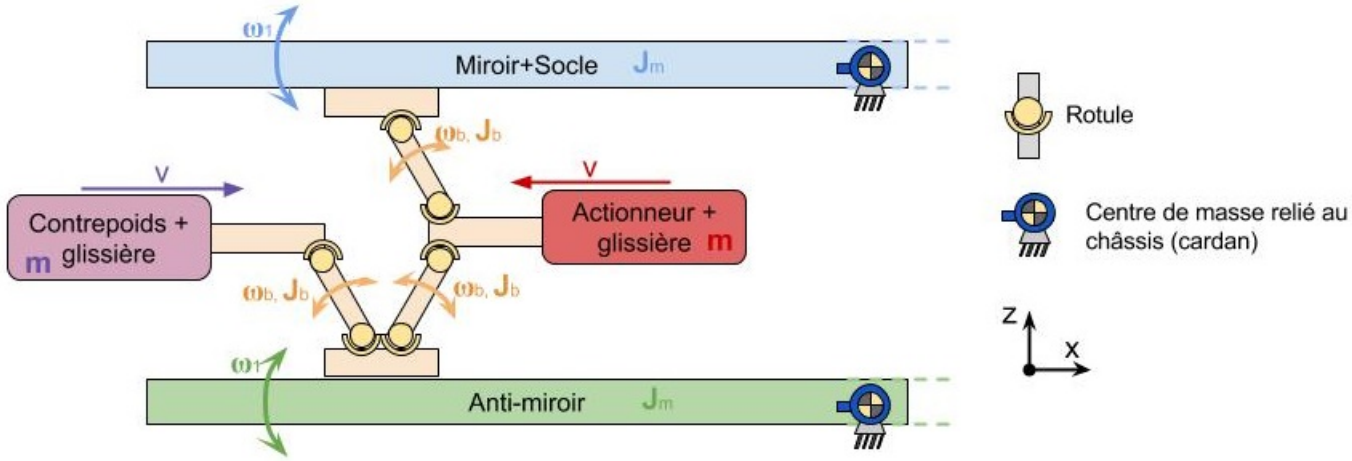



FIGURE 36 – Pièces en mouvement

Nous supposons que les barres de la transmission sont en rotation pure, car leur translation due à la trajectoire circulaire du miroir est très petite et la masse de ces barres et aussi négligeable devant les masses des autres composantes en mouvement. L'on retrouve donc :

$$\frac{1}{2}J_{eq}\omega_1^2 = 2\cdot\frac{1}{2}mv^2 + 2\cdot\frac{1}{2}J_m\omega_1^2 + 3\cdot\frac{1}{2}J_b\omega_b^2 \tag{4.2}$$

*$\omega_1$ : vitesse angulaire du miroir (et du contre-miroir), $\omega_b$ : vitesse angulaire des barres de transmission, $v$ : vitesse de déplacement de l'actuateur, $J_m$ : Inertie du miroir (et du contre-miroir), $J_b$ : inertie des barres de transmission, $m$ : masse déplacée en translation par l'actuateur*

On néglige le troisième terme de l'équation précédente, car les barres de la transmission sont petites par rapport au miroir et aux masses en transition, $J_b \ll J_m$. L'on retrouve donc :

$$J_{eq}\omega_1^2 = 2\cdot mv^2 + 2\cdot J_m\omega_1^2 \tag{4.3}$$

En utilisant l'équation de déplacement calculée dans le paragraphe 3.2 (équation (3.1)) :

$$\Delta z(\Delta x) = \sqrt{(\delta^2 - (\delta\cdot cos(\theta_{init}) - \Delta x)^2)} - \delta\cdot sin(\theta_{init}) \tag{4.4}$$

on peut donc calculer la vitesse qui sera subi par le miroir et l'anti-miroir en fonction de la position des actionneurs. Pour ce faire, nous dérivons l'équation 4.4 et nous trouvons :

$$v_m = \omega_1 \cdot d = v \cdot \frac{\delta cos(\theta_{init}) - \Delta x}{\sqrt{\delta^2 - (\delta cos(\theta_{init}) - \Delta x)^2}} \tag{4.5}$$

ce qui nous donne :

$$v = \frac{\omega_1 d\sqrt{\delta^2 - (\delta cos(\theta_{init}) - \Delta x)^2}}{\delta cos(\theta_{init}) - \Delta x} \tag{4.6}$$

L'inertie équivalente s'exprime :

$$J_{eq} = 2m\frac{v^2}{\omega_1^2} + 2J_m\frac{\omega_1^2}{\omega_1^2} \tag{4.7}$$

Et nous retrouvons finalement en injectant (4.6) dans (4.7) :

$$J_{eq} = 2md^2(\frac{\delta^2}{(\delta cos(\theta_{init}) - \Delta x)^2} - 1) + 2J_m \tag{4.8}$$

Nous remarquons donc que notre inertie équivalente dépend de la position des actionneurs. À la position $\Delta x = 4[mm]$ le premier terme de l'équation (4.8) sera maximal (on considère une course totale possible de $\Delta x = \pm 4[mm]$). Nous avons $\delta = 30.432[mm]$, $d = 77.96[mm]$, $m = 0.0738[kg]$, calculé à l'aide de CATIA et $J_m = 0.0668[kgm^2]$, voir section 4.1.1.1. Toutes ces valeurs ont été calculées à l'aide du logiciel CATIA. Nous obtenons donc (valeurs calculées numériquement) :

$$2md^2(\frac{\delta^2}{(\delta cos(\theta_{init}) - 4[mm])^2} - 1) = 0.001809924336348[kgm^2] \simeq 0.0018[kgm^2]$$

$$2md^2(\frac{\delta^2}{(\delta cos(\theta_{init}) - (-4[mm]))^2} - 1) = 3.786995278908171 \cdot 10^{-4}[kgm^2]$$

et

$$2J_m = 0.1336[kgm^2]$$

En prenant la valeur du premier terme pour $\Delta x = 4[mm]$ le facteur entre les deux termes de l'équation est de $\frac{0.1336}{0.0018} =\sim 74.2$. Ceci veut dire que l'on peut négliger $2md^2(\frac{\delta^2}{(\delta cos(\theta_{init}) - \Delta x)^2} - 1)$ devant $2J_m$, car le deuxième terme domine visiblement le premier.
Notre inertie finale s'écrit donc :

$$J_{eq} = 2J_m \tag{4.9}$$

#### 4.1.1.1 Application numérique avec valeurs du mécanisme

L'on utilise l'inertie totale de l'ensemble socle/miroir trouvé dans le chapitre concernant le contre-miroir (voir paragraphe 3.4.1).
Nous avons donc :

$$J_m = I_{tot} = 0.06679544200[kgm^2]$$

Ceci nous donne donc l'inertie équivalente :

$$J_{eq} = 2J_m = 0.13359088400[kgm^2] \simeq 0.1336[kgm^2]$$

### 4.1.2 Jerk et accélération trapézoïdale

#### 4.1.2.1 Exigences requises par le cahier des charges

Le cahier des charges nous impose la loi de mouvement qu'il faut suivre. C'est une «accélération en trapèze avec jerk $j$ limité : $j \leq 200 \cdot 10^3[rad/s^3]$». Notre loi du mouvement suivra donc ce modèle :

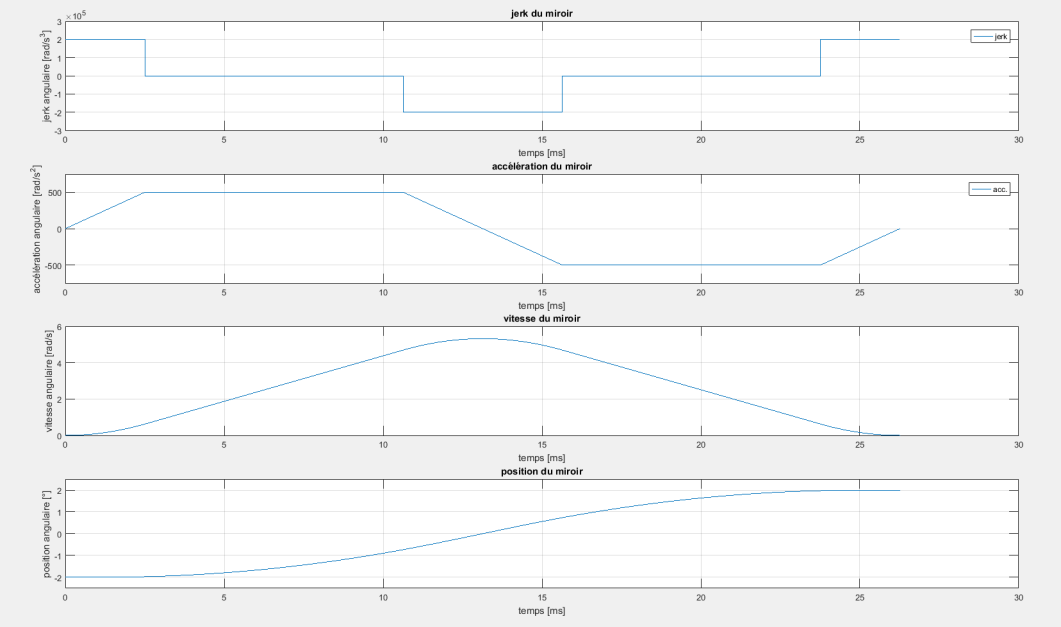



FIGURE 37 – Mouvement à accélération trapézoïdale

Ce graphique (figure 37) illustre le mouvement à suivre pour passer d'une position extrémale du miroir à l'autre (ici de $-2°$ à $2°$), le mouvement inverse sera obtenu en utilisant la même loi.

*NB : La figure 37 est donnée à titre indicatif. La loi de mouvement montrée à été calculée à partir d'une accélération maximale de* $500[rad/s^2]$ *choisie arbitrairement et avec* $j = 200 \cdot 10^3[rad/s^3]$*, le jerk maximal imposé par le cahier de charges.*

#### 4.1.2.2 Optimisation de la loi de mouvement

L'on peut obtenir une loi optimisée en respectant le cahier de charge. C'est une loi qui minimise les plateaux présents dans le graphe de l'accélération. Ceci implique le fait d'augmenter l'accélération maximale atteignable du système au-dessus d'une valeur critique à partir de laquelle on se retrouve sans plateau comme montré dans la figure 38.

Nous avons calculé la valeur de l'accélération critique à partir de laquelle les plateaux disparaissent à l'aide du logiciel MATLAB (voir code MATLAB en annexe). En minimisant le temps pendant lequel l'accélération est constante, nous avons pu retrouver cette valeur critique.

Nous retrouvons donc une accélération critique de : $\alpha_{critique} = 1.117692795000 \cdot 10^3[rad/s^2]$, pour $j = 200 \cdot 10^3[rad/s^3]$, le jerk maximal permis.

Ceci veut dire que si notre système permet au miroir d'atteindre une accélération $\alpha \geq \alpha_{critique}$, alors la loi de mouvement de notre projet SOFIA est optimisée. Ceci est fortement improbable vu que $\alpha_{critique}$ est très grand.

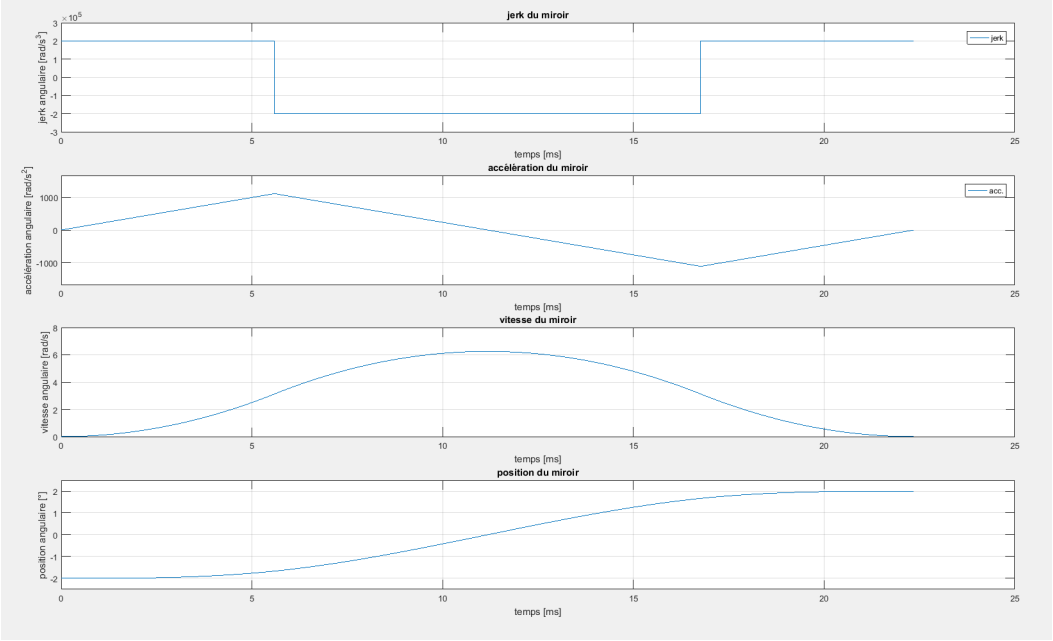



FIGURE 38 – Mouvement à accélération trapézoïdale optimisé

#### 4.1.2.3 Calcul du jerk maximal du mécanisme

Nous partons de la vitesse du miroir, voir équation 4.5

$$v_m = \omega_1 \cdot d = v \cdot \frac{\delta cos(\theta_{init}) - \Delta x}{\sqrt{\delta^2 - (\delta cos(\theta_{init}) - \Delta x)^2}} \tag{4.10}$$

et nous retrouvons aisément l'expression de la vitesse angulaire du miroir :

$$\omega_1 = \frac{v}{d} \cdot \frac{\delta cos(\theta_{init}) - \Delta x}{\sqrt{\delta^2 - (\delta cos(\theta_{init}) - \Delta x)^2}} \tag{4.11}$$

En dérivant la vitesse angulaire on retrouve l'accélération angulaire :

$$\frac{d\omega_1}{dt} = \frac{a}{d} \frac{\delta cos(\theta_{init}) - \Delta x}{\sqrt{\delta^2 - (\delta cos(\theta_{init}) - \Delta x)^2}} + \frac{v}{d}\left(\frac{-v}{\sqrt{\delta^2 - (\delta cos(\theta_{init}) - \Delta x)^2}} - \frac{v \cdot (\delta cos(\theta_{init}) - \Delta x)^2}{(\delta^2 - (\delta cos(\theta_{init}) - \Delta x)^2)^{\frac{3}{2}}}\right) \tag{4.12}$$

Nous avons remarqué que les valeurs numériques de l'accélération angulaire comme linéaire sont beaucoup plus grands que les valeurs numériques de la vitesse (au moins un ordre de grandeur). Pour se convaincre de ceci, l'on peut consulter les figures 37 et 38 où l'on voit bien que l'accélération est beaucoup plus grande que la vitesse (en valeur numérique). C'est la raison pour laquelle nous avons décidé, par souci de simplification, de négliger le deuxième terme de l'équation.

Nous retrouvons donc l'accélération angulaire du miroir :

$$\alpha_1 = \frac{a}{d} \frac{\delta cos(\theta_{init}) - \Delta x}{\sqrt{\delta^2 - (\delta cos(\theta_{init}) - \Delta x)^2}} \tag{4.13}$$

Par dérivation de l'accélération angulaire, l'on retrouve le jerk angulaire du miroir. Nous avons appliqué la même simplification qu'avant, avec l'accélération angulaire, en sachant que la valeur numérique du jerk angulaire et beaucoup plus grande que celle de l'accélération angulaire (se référer aux figures 37

et 38 pour s'en convaincre).
Nous retrouvons le jerk angulaire du miroir :

$$j_{miroir} = \frac{j}{d} \frac{\delta cos(\theta_{init}) - \Delta x}{\sqrt{\delta^2 - (\delta cos(\theta_{init}) - \Delta x)^2}} \tag{4.14}$$

En prenant $j = 200 \cdot 10^3 [m \cdot s^{-3}]$ la même valeur numérique que le jerk maximal angulaire à titre indicatif, $d = 77,96[mm]$, $\delta = 30,432[mm]$, $\theta_{init} = \frac{\pi}{4}$, nous retrouvons pour $\Delta x = 4[mm]$ :

$$j_{miroir,1} = 1.806104873877732 \cdot 10^6 \text{ (calculé à l'aide de MATLAB)}$$

et pour $\Delta x = -4[mm]$ :

$$j_{miroir,2} = 3.948442269640066 \cdot 10^6 \text{ (calculé à l'aide de MATLAB)}$$

Comme nous pouvons le constater, le jerk angulaire calculé par cette formule est nettement supérieur au jerk maximal autorisé par le cahier de charges. À noter que nos formules dépendent de la valeur du jerk des actionneurs que nous avons estimé par manque de données à $200 \cdot 10^3 [m/s^3]$. Nous sommes donc obligés de conclure que cette approximation est fausse, et nous admettons que le jerk de notre système est égal au jerk maximal admis par le cahier de charges. Nous supposons donc, par soucis de simplification pour la suite des calculs, que les actionneurs sont capables de fournir un jerk linéaire assez grand pour que nous puissions atteindre le jerk maximal du cahier de charges au niveau du miroir pendant tout le temps. Il en suit que le jerk maximal du miroir pendant le basculement est :

$j_{miroir,final} = j_{max} = 200 \cdot 10^3 [rad/s^3]$ , le $j_{max}$ imposé par le cahier des charges.

### 4.1.3 Calcul de l'accélération maximale du mécanisme

L'accélération angulaire maximale du miroir peut être calculée en utilisant la formule standard :

$$\alpha_m = \frac{M_m}{J_{eq}} \tag{4.15}$$

Nous calculons donc le moment qui agit sur le miroir. Pour ce faire nous négligeons les rigidités des guidages flexibles par souci de simplification. En plus, nous considérons uniquement les cas statiques pour retrouver le moment maximal appliqué au miroir.

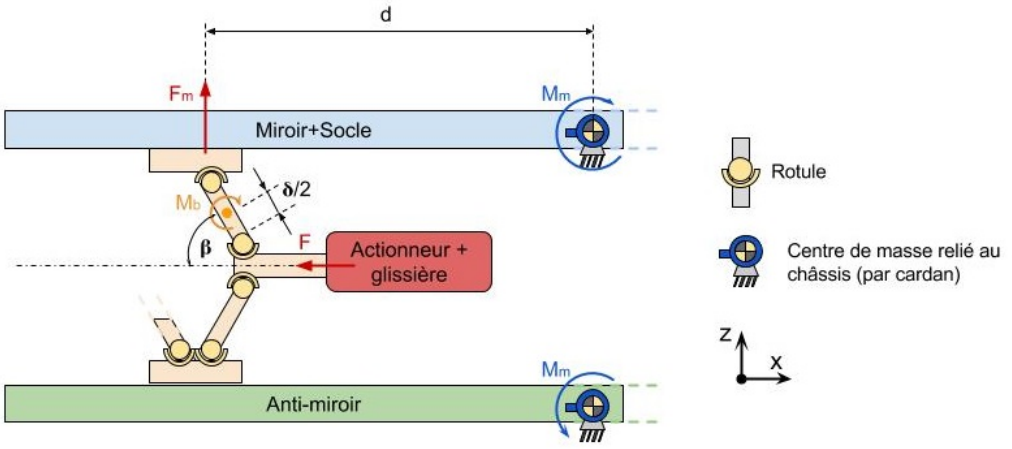



FIGURE 39 – Forces et moments de transmission, cas statique

L'on suppose que les barres de transmission ont leur centre de rotation en leur milieu à une distance $\frac{\delta}{2}$ depuis les points d'attachement (se référer à la figure 39). Nous trouvons :

$$M_b = F \cdot \frac{\delta}{2} sin(\beta) \tag{4.16}$$

$$F_m = \frac{M_b}{\frac{\delta}{2} cos(\beta)} = F tan(\beta) \tag{4.17}$$

Nous trouvons donc un moment du miroir :

$$M_m = F_m d = F d tan(\beta) \tag{4.18}$$

Nous savons que la course des actionneurs n'est pas rentabilisée. Ceci implique que nos collets ne font pas le même déplacement angulaire dans une direction que dans l'autre. Tout ça est dû aux propriétés non-linéaires de notre mécanisme de transmission. Nous avons : $\beta_1 = 45° + 8° = 53°$ et $\beta_2 = 45° - 7,00606440° = 37,993935600°$ (valeurs calculées à l'aide du logiciel Microsoft EXCEL). On utilise $F = 20[N]$, la force nominale fournie par les actionneurs (voir Datasheet actionneurs MLZ1).

$$M_{m,min} = F d tan(\beta_2) = 1.217914802789486[Nm]$$

$$M_{m,max} = F d tan(\beta_1) = 2.069128285870543[Nm]$$

Nous prenons $M_{m,min}$ pour continuer, car l'on peut être sûr que ce moment sera garanti à tout instant par les actionneurs la force des actionneurs.

En prenant l'inertie équivalente calculée dans le chapitre dédié à l'inertie équivalente, $J_{eq} = 0,13359088400[kgm^2]$ (voir paragraphe 4.1.1.1), nous retrouvons :

$$\alpha_{max,nominal} = \frac{M_{m,min}}{J_{eq}} = 9.116750831512471[rad.s^{-2}]$$

L'accélération maximale nominale est très inférieure à l'accélération optimale.

Si l'on suppose que les actionneurs sont capables de fournir tout le long de leur course une force maximale pic $F_{pic} = 2 \cdot F_{nomainale} = 40[N]$, le moment garanti tout le temps est :

$$M_{max} = F_{pic} d tan(\beta_2) = 2 \cdot M_{m,min} = 2.435829605578972[Nm]$$

Ceci nous donne donc une accélération maximale de :

$$\alpha_{max,pic} = \frac{M_{max}}{J_{eq}} = 18.233501663024942[rad.s^{-2}]$$

L'accélération maximale pic est aussi très inférieure à l'accélération optimale, car nous avons $\alpha_{max,pic} = 2 \cdot \alpha_{max,nominal}$.

### 4.1.4 Loi de mouvement du système

Nous insérons les accélérations maximales obtenues dans notre fonction MATLAB, et nous obtenons les lois de mouvement suivantes :

En utilisant la force nominale nous obtenons la loi décrite par la figure 40.

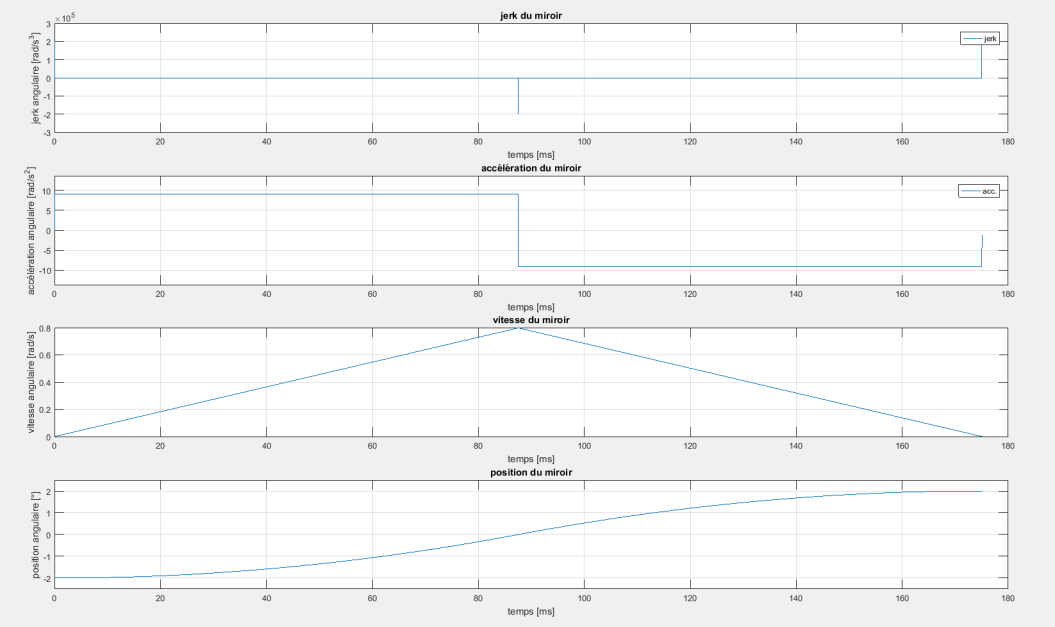



FIGURE 40 – Loi de mouvement avec force nominale

Nous constatons que cette loi de mouvement a un plateau très large et important. Ce fait augmente de manière importante notre temps de basculement d'une position à l'autre.

En utilisant la force pic nous obtenons la loi décrite par la figure 41.

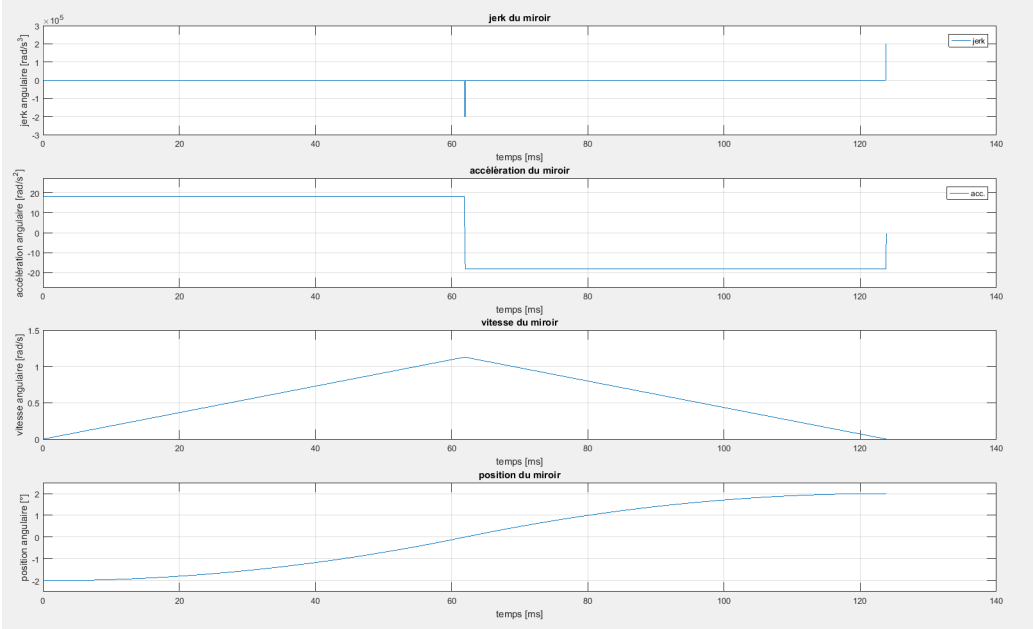



FIGURE 41 – Loi de mouvement avec force pic

Cette loi a aussi un plateau très important.

#### 4.1.4.1 Durée de basculement et fréquence de pivotement

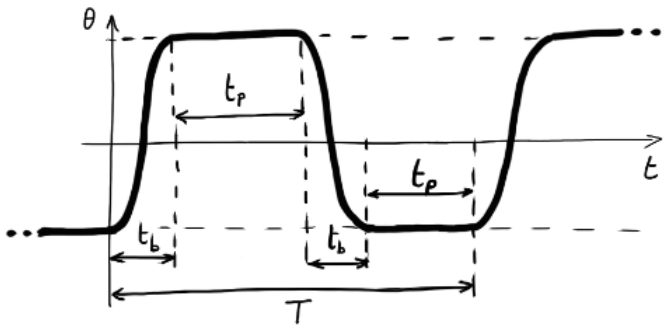



FIGURE 42 – Consigne de position angulaire du miroir en fonction du temps : $\theta(t)$

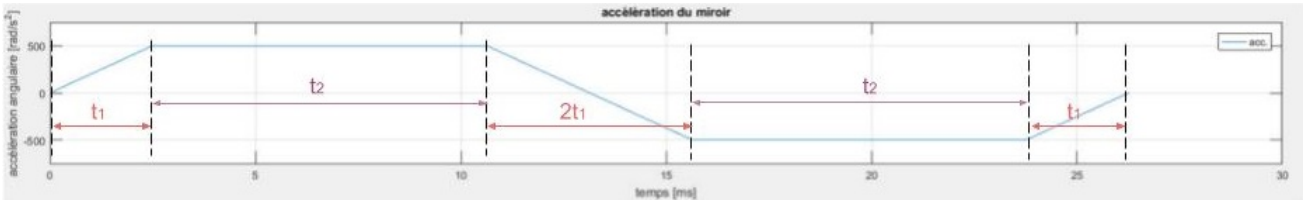



FIGURE 43 – Nomenclature des temps d'accélération pendant un basculement

Nous reprenons la notation donnée dans le cahier de charges (figure 42). On trouve $t_b$ à l'aide de notre code MATLAB qui nous sort la valeur $t_2$ et l'on sait que $t_2$ représente un plateau de l'accélération. En plus, il y a encore $t_1 = \frac{\alpha_{max}}{j_{max}}$ qui représente la montée ou la descente linéaire (se référer à la figure 43). Nous trouvons finalement :

$$t_b = 4 \cdot t_1 + 2 \cdot t_2 \tag{4.19}$$

L'on obtient au final pour la force nominale un temps de basculement de :

$$t_{b,nominal} = 0.175061943783040[s]$$

et pour la force pic :

$$t_{b,pic} = 0.123846451886215[s]$$

*NB : Ces valeurs ont été calculées par notre code MATLAB*

Pour calculer la fréquence de pivotement, l'on utilise $t_p = 25[ms]$ imposé par le cahier de charges. Nous considérons qu'un pivotement veut dire que l'on part d'une position extrême et que l'on y revient, les deux phases statiques du miroir incluses. Ceci nous donne donc la période de pivotement :

$$T_{pivotement} = 2 \cdot t_b + 2 \cdot t_p \tag{4.20}$$

La fréquence de pivotement sera donc :

$$f_{pivotement} = \frac{1}{T_{pivotement}} = \frac{1}{2 \cdot t_b + 2 \cdot t_p} \tag{4.21}$$

L'on obtient donc pour la force nominale :

$$T_{p,nominale} = 0.400123887566080[s]$$

$$f_{p,nominale} = 2.499225942452264[s^{-1}]$$

et pour la force pic :

$$T_{p,pic} = 0.297692903772430[s]$$

$$f_{p,pic} = 3.359166400434071[s^{-1}]$$

La fréquence finale du mécanisme est relativement petite. La fréquence idéale serait de $f_{p,optimale} = 10.558802243148940[s^{-1}]$. Celle-ci a été calculée en utilisant l'accélération optimale avec notre code MATLAB( calculée au paragraphe (4.1.2.2)).

#### 4.1.4.2 Conclusion concernant la loi de mouvement

Nous remarquons que notre système perd en vitesse. Ceci est dû au fait que nous avons préféré un système avec transmission assez complexe au lieu d'un mécanisme direct. Ce choix a été motivé par le gain en place conséquent, car une transmission directe aurait été une transmission verticale, mais le cahier de charges nous impose une hauteur très limitée considérant que le miroir lui-même est assez grand. Ceci est la raison qui a motivé notre choix et une conséquence de ce choix est malheureusement une réduction d'efficacité du mécanisme.

### 4.1.5 Résolution angulaire

Nous savons que nos capteurs ont une plage de mesure de $0 \leq P \leq 2[mm]$ qui est donné dans le cahier de charges. Nous procédons donc au calcul de la distance maximale à laquelle l'on peut placer les capteurs.

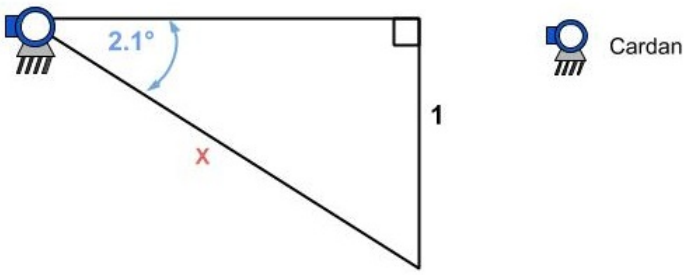



FIGURE 44 – Calcul de la position maximale des capteurs

Nous trouvons :

$$x_{max} = \frac{1[mm]}{sin(2.1°)} = 27.289814139939402[mm]$$

Pour la course alloué de ($\pm 2[°]$), cette distance $x_{max}$ est la plus grande distance dur centre de masse du miroir à laquelle nous pouvons placer nos capteurs. Au delà de cette distance, nous ne sommes plus capable de mesurer correctement la course de notre miroir et ne pouvons donc pas faire agir correctement nos actionneurs en cas soucis de course angulaire.
Nous devons ensuite soustraire le rayon du capteur ($2.55[mm]$) et une petite valeur de marge, nous choisissons $0.05[mm]$ pour garantir que le miroir atteint d'abord les butées et pas les capteurs en cas de dysfonctionnement. Ceci nous donne le rayon maximal auquel l'on peut placer les capteurs pour garantir qu'ils ne touchent pas le miroir :

$$r_{capteur} = x - 2.55[mm] - 0.05[mm] = 24.689814139939400[mm]$$

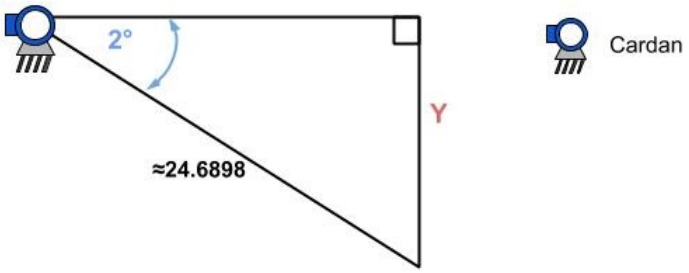



FIGURE 45 – Calcul de la course de mesure des capteurs

Nous trouvons un déplacement y :

$$y = 24.689814139939400[mm] \cdot sin(2°) = 0.861662087162177[mm]$$
$$y_{tot} = 2 \cdot y = 1.723324174324354[mm]$$

Le cahier des charges nous impose la résolution des capteurs suivante :

$$R_c = \frac{P_{max} - P_{min}}{G_d} = \frac{2[mm] - 0[mm]}{28 \cdot 10^3} = 7.142857142857143 \cdot 10^{-5}[mm] \simeq 71.43[nm]$$

Nombre de pas par $[mm]$ de :

$$pas = \frac{1}{7.142857142857143 \cdot 10^{-5}[mm]} = 1.400 \cdot 10^4[mm^{-1}]$$

Nombre de niveaux distinguables et mesurables par nos capteurs de :

$$nb_{niveaux} = pas \cdot y_{tot} = 1.400 \cdot 10^4[mm^{-1}] \cdot 1.723324174324354[mm] = 2.412653844054095 \cdot 10^4$$

Nous utilisons maintenant la course angulaire ($4[°]$) que nous devons garantir pour trouver la résolution angulaire :

$$R_\theta = \frac{4[°]}{nb_{niveaux}} = \frac{\frac{\pi}{45}}{2.412653844054095 \cdot 10^4} = 2.893625633524901 \cdot 10^{-6}[rad]$$

et donc :

$$R_\theta = 2.893625633524901[\mu rad]$$

#### 4.1.6 Contraintes mécaniques

Les contraintes mécaniques aux butées sont calculées en appliquant les courses maximales sur chaque articulation. Cela revient à 2.1° en torsion pour les cardans. Pour les glissières et les cols montés sur les tiges, en revanche, la non linéarité de notre système impose des courses différentes dépendantes de la direction du pivotement. Nous prenons donc la plus grandes de ces deux valeurs. Ainsi nous avons une course linéaire de $x = 3.287mm$ pour les glissière et 8° de flexion pour les cols montés sur les tiges. Nous entrons ensuite ces valeurs dans les équations détaillése dans chaque partie respective pour retrouver les contraintes maximales appliquées dans chaque articulation :

$$\sigma_{Glis,max} \approx 1.84 \cdot 10^8 Pa \qquad \sigma_{Rot,max} \approx 2.99 \cdot 10^8 Pa \qquad \sigma_{Card,max} \approx 2.12 \cdot 10^8 Pa$$

*NB : Ces valeurs ont été calculées dans les paragraphes concernant dimensionnement*
La contrainte mécanique maximale dans nos guidages flexibles lorsque notre mécanisme atteint ses butées est donc simplement la plus grande de ces trois valeurs ; soit : $\sigma_{max} = 2.99MPa$.

#### 4.1.7 Tableau récapitulatif des performances clés

Voici le tableau tableau des performances clés calculées en utilisant la force pic ($40[N]$) :

| $N^o$ | Performance à évaluer | Résultat |
|---|---|---|
| a. | **Fréquence maximale de pivotement** | $f_{max} \simeq 3.36Hz$ |
| b. | **Durée du basculement** | $t_b \simeq 120ms$ |
| c. | **Accélération angulaire maximale** | $a_{max} = 18.23rad \cdot s^{-2}$ |
| d. | **Jerk maximal du mécanisme** | $j_{max} = 200rad \cdot s^{-3}$ |
| e. | **Inertie de l'ensemble des pièces** | $J_{eq} \simeq 0.1336kg \cdot m^2$ |
| f. | **Résolution angulaire** | $R_\theta \simeq 2.89\mu rad$ |
| g. | **Contrainte mécanique maximale** | $\sigma_{max} \simeq 2.99MPa$ |

Table 4 – Tableau récapitulatif performances du système avec force pic

### 4.2 Forces et moments exportés

Pendant la conception du mécanisme, nous avons veillé à n'avoir aucun moment et aucune force exportés. Ceci c'est avéré plus difficile de ce que l'on ne pensait au début.

#### 4.2.1 Parties equilibrées

Nous avons équilibré les forces linéaires dues aux actuateurs en concevant notre système. Il y a une masse équivalente à celle déplacée par les actuateurs qui se déplace en même temps avec le même mouvement en direction opposée. Comme ça, nous enlevons tout risque d'avoir une force exportée vers l'extérieur. En même temps les deux mouvements sont opposées dans le même plan, ce qui empêche les forces de créer un moment.

Ce qui concerne les moments exportés, nous avons traité le contre-miroir dans la chapitre dédié à celui-ci. Nous concluons que les inerties du contre-miroir et de l'ensemble miroir/socle sont les mêmes. Ces deux entités bougent en même temps de manière inverse selon la même loi de mouvement, ce qui veut dire que les moments qu'ils engendrent s'annulent réciproquement. Il n'y a donc aucun moment exporté.

Concernant les barres de la transmission qui servent à transmettre le mouvement des actuateurs aux miroir et anti-miroir, nous aurions eu un petit souci si les masses et les formes et de conséquence

les inerties avaient été les mêmes, car il y a deux barres qui bougent de exactement la même manière et une inversement à ces deux. Nous avons donc veillé à ce que la barre qui bouge dans le sens inverse aie une inertie double par rapport aux deux autres pour que les moments des barres s'annulent. Le moment exporté par le système de transmission est donc nul.

### 4.2.2 Parties négligées

Les barres de transmission ont un petit mouvement translatoire qui est dû à la trajectoire circulaire du miroir. Ceci veut dire qu'il y à une petite force qui sera exportée lorsque le système est accéléré. Nous avons décidé de négliger ces forces, car la masse des barres de transmission est assez petite comparée au reste des pièces en mouvement.

En plus, nous avons dû créer des trous dans le socle et dans l'anti-miroir pour y attacher à l'aide d'éléments de visserie les barres de transmission. Ces trous n'ont pas été compensés, car nous avons conclu que leur dimension était assez petite que l'on peut les négliger devant le reste des masses.

Il fallait aussi trouver un moyen d'attacher les cardans aux miroir et anti-miroir. Ces attachements brisent la symétrie de ces deux objets. En fait, les accroches sont légèrement différentes et ceci crée un très léger moment exporté, même si les deux cardans sont exactement superposés et changent l'inertie des deux miroirs de même manière.

La pièce à laquelle s'accrochent les bipodes contient une extension au centre pour permettre aux capteurs de mesurer le déplacement de l'ensemble miroir socle. Cette modification entraîne une légère asymétrie inertielle. Nous négligeons cet effet, car par mesure à l'aide du logiciel CATIA nous ne voyons pas de différence selon x et selon y.

## 4.3 Température de fonctionnement

Pour assurer le fonctionnement du mécanisme pour une température $-65°C < T_{fonc} < 30°C$ et la survie du mécanisme pour des températures $-80°C < T_{survie} < 80°C$, nous regardons les coefficient de dilatations thermique de nos matériaux :

| Matériaux | Coefficient de dilatation thermique $\alpha$ $(10^{-6})$ |
|---|---|
| Acier Maraging W720 | 10.2 |
| Aluminium EN AC-AlSiMg0,3 T6 | 23.4 |
| Fonte EN-GJS-1000-5 | 12.4 |
| Titane Ti Al6 4V | 5.0 |
| Tungstène pour application spatiale | 2.2 |

Table 5 – Tableau des coefficients de dilatation

Nous effectuons une comparaison rapide des dilatations thermiques avec l'équation de nos cours de matériaux : $\epsilon_T = \alpha(T_f - T_0) = \alpha\Delta T$ pour une valeur de travail au repos de $25°C$.
Avec ses données nous trouvons que la plus grande dilatation est la compression de pièces d'aluminium de $2.106mm$ lors des opérations à $-65°C$. Nous trouvons que cela n'est pas du tout problématique car les éléments construits en aluminium dans notre mécanisme sont essentiellement des composants structuraux ou de raccordement. Les éléments principaux (tels les tiges centrales fabriquées en Titane) ne se déforment quasiment pas. Ceci imposera des contraintes internes sur les éléments en aluminium. Ces contraintes devraient maintenir le mécanisme dans une forme opérationnelle que nous considérons comme fiable. Quant à la température de survie, les déformations maximum sont de la même échelle et aucune des

dilatations ne causera des déformations assez importantes pour endommager les articulations et autres éléments cruciaux du mécanisme.

| Température | Dilatation thermique la plus importante $\epsilon_T$ $[\mu m]$ |
|---|---|
| $T_{fonc} = -65°C$ | -2106 |
| $T_{fonc} = 30°C$ | 117 |
| $T_{survie} = -80°C$ | -2457 |
| $T_{survie} = 80°C$ | 1287 |

TABLE 6 – Tableau des dilatations thermiques

## 4.4 Analyse d'éléments finis - FEA

Nous avons effectué des analyses d'éléments finis à l'aide du logiciel CATIA pour voir l'allure des guidages flexibles en déformation et les contraintes dans les pièces.

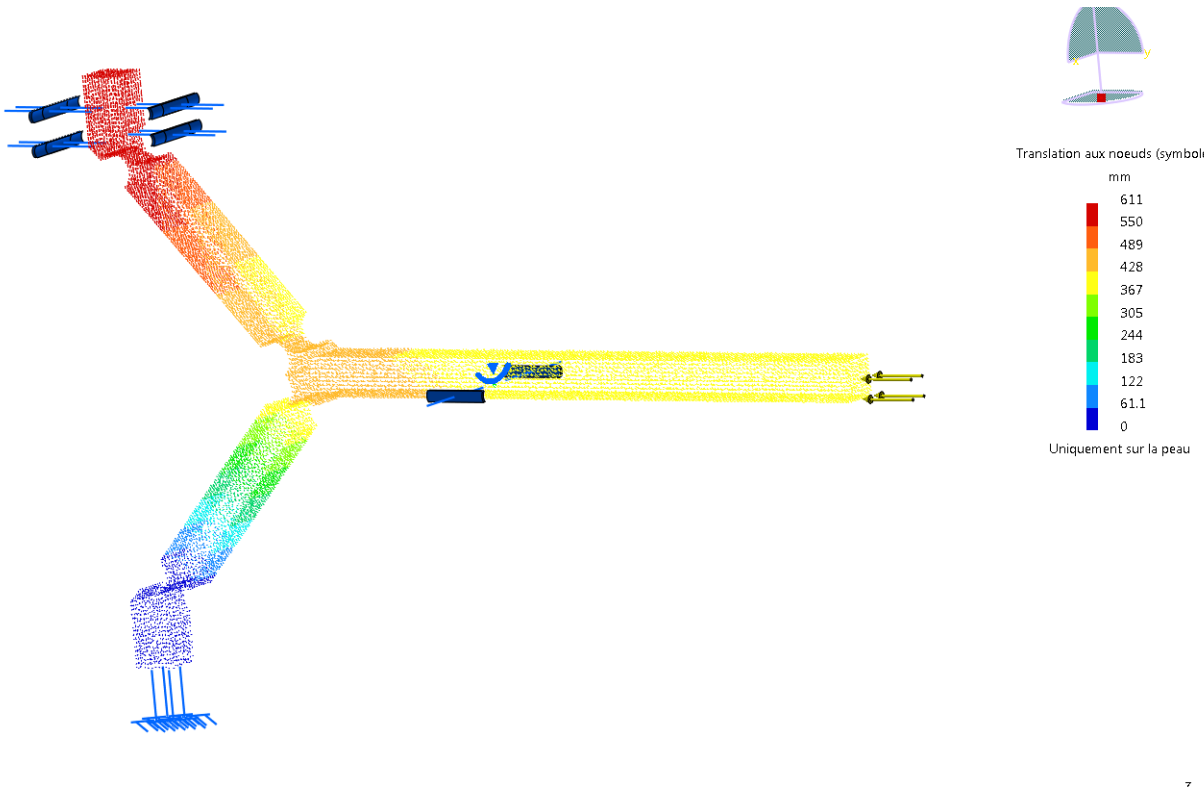



FIGURE 46 – Déformation sous supposition qu'une extrémité est bloquée

Nous avons remarqué que la FEA par CATIA nous donne un déplacement linéaire, mais notre système est non-linéaire. En fait, il faut imposer au programme de calculer tout selon un modèle non-linéaire. Nous n'avons pas réalisé ceci par manque de temps et de puissance de calcul. Aussi, nous avons jugé que l'analyse du modèle linéaire suffit pour donner l'idée de la déformation de la transmission et des contraintes induites par cette déformation dans les guidages flexibles.

Après analyse approximative par FEA, nous avons remarqué que les rotules des barres de transmission réalisées avec un col circulaire standard et un col circulaire tronqué en série dans des directions différentes bougent de manière souhaitée. C.-à-d. que le petit col (vertical sur la figure 47) fléchit de manière très négligeable par rapport au col tronqué. De ce fait, chaque articulation se charge de répondre aux mouvements qui interviennent dans leur plan respectif, ce qui assure l'angle de travail souhaité et exclue toute interférence entre les différents types de cols.

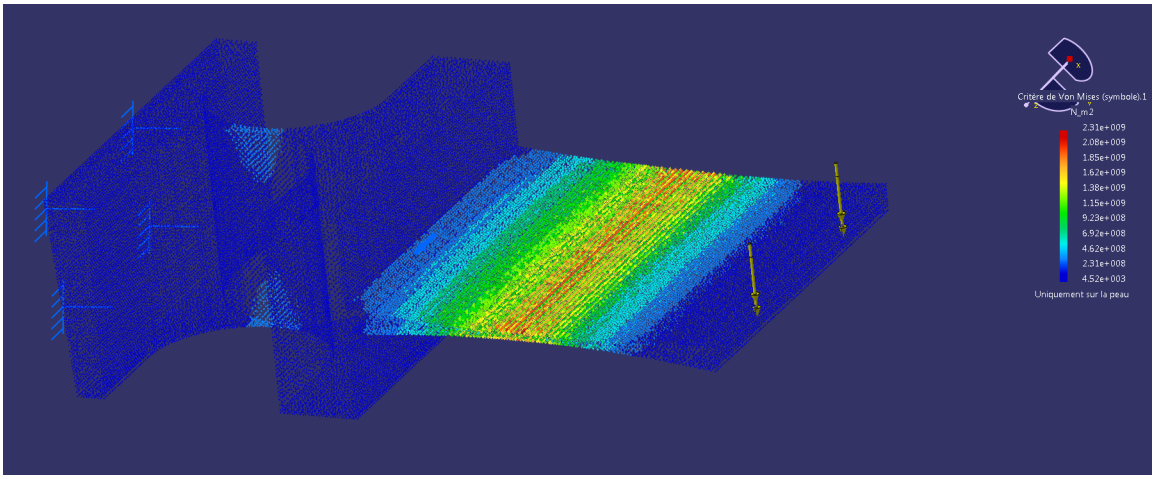



FIGURE 47 – Contraintes Von Mises pour un col tronqué en flexion

## 4.5 Rigidité globale

La rigidité globale du mécanisme est obtenue en analysant toutes les articulations qui sont sollicitées lorsque l'un de nos actionneurs entre en mouvement. Le système étant symétrique, nous n'avons besoin que de faire l'analyse sur le mouvement de l'un d'entre eux.
Nous faisons donc la somme des rigidités en parallèle et les inverses des sommes des inverses des rigidités mises en série. Nous prendrons en compte les rigidités de flexion, de flexion transversale et de torsion.
Commençons d'abord par regarder la rigidité équivalente de chaque articulation si l'un des actionneurs est mis en mouvement :

$$K_{card,eq} = K_{tors,eq} \simeq 28.13Nm; \quad K_{gliss,eq} = K_o \simeq 8965Nm; \quad K_{rot,eq} = (K_{\alpha M}^{-1} + (K_{\alpha M}^{t})^{-1})^{-1} \simeq 0.107Nm$$

Une analyse de notre schéma cinématique nous permet de trouver l'expression de la rigidité globale. Nous appliquons directement les valeurs numériques pour avoir notre résultat :

$$\begin{aligned} K_{global} &= [K_G^{-1} + ([2K_R^{-1} + K_C^{-1}]^{-1} + [2K_R^{-1} + ([2K_R^{-1} + K_G^{-1}]^{-1} + K_C)^{-1}]^{-1})^{-1}]^{-1} \\ &= 0.1068Nm \end{aligned}$$

Cette résistance globale n'est pas surprenante et est tout à fait raisonnable, car elle est quasi identique à la rigidité de flexion des cols de nos tiges.Nous pouvons de plus conclure que les actionneurs sont assez puissant pour faire bouger notre mécanisme, la rigidité globale étant si faible.

## 5 Construction

### 5.1 Usinage des éléments

Nos différentes pièces ne seront pas usinées de la même manière. En effet, certaines grandes pièces demanderaient un temps d'usinage trop grand par électroérosion et donc un coût trop élevé.
La plupart des pièces seront usinées par électroérosion (Henein, 2001) ou bien par usinage CNC (Swissmem, 2014) . À noter que d'autres solutions sont également envisageables, tel le découpage laser ou plasma, ou même l'usinage par un poly-mécanicien .

### 5.2 État de surface

Comme les différentes pièces ne sont pas usinées de la même manière, les états de surfaces atteignables ne seront pas les mêmes pour chacune des pièces.

| $N^o$ | **Type A.** Électroérosion | Rugosité : $R_a$ ($\mu$m) | Précision : $\delta$ ($\mu$m) | **Type B.** CNC (idées d'états réalisables) | $R_a$ ($\mu$m) | $\delta$ ($\mu$m) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | **Régime d'ébauche** : découpage rapide par décharges de hautes énergies. | 2 | $\pm$ 10 | **Découpage au plasma** : arc électrique. | 25 | $+100$ / $-20$ |
| 2. | **Régime de semi-finition** : décharges de plus faible énergies que le régime d'ébauche | 0.5 | $\pm$ 6 | **Découpage au laser** : grande quantité d'énergie sur une faible surface. | 6.3 | $+50$ / $-5$ |
| 3. | **Régime de finition** : très faibles énergies pour parties sensibles où *les contraintes sont élevées.* | 0.18 | $\pm$ 3 | **Fraisage en périphérie** : fraisage d'une surface courbe. | 3.2 | $+10$ / $-3$ |

Table 7 – Tableau comparatif des états de surfaces

Il est important de noter que l'électroérosion est un procédé généralement plus coûteux que l'usinage sous CNC. Il n'y a pas d'assemblage car le mécanisme est électro-érodé dans la masse.

Nous choisissons donc d'appliquer les états de surfaces suivants aux pièces mentionnées ci-dessous :

| **Pièce** | **Type** | **Numéro** |
|---|---|---|
| Cols | A | 3 |
| Socle, Contre-miroir, Bati | B | 1 |
| Cardans | B | 3 |
| Guidage linéaire | A | 2 |
| Support Glissière/Actuateur | B | 2 ou 3 |

Table 8 – Tableau indicatif des états de surfaces

*N.B : Pour les cardans, il faut noter que la technologie d'éléctroerosion aurait été appréciée pour sa précision. Cependant, il n'est pas possible de faire de motif en croix par éléctroerosion par fil car ceci transperce le matériau (impossible de réaliser des étages). Nous utiliserons donc une CNC par fraisage en périphérie (possible jusqu'à quelques microns) avec un rendu précis. Il faudra créer des congés pour cela.*

Des détails de conception pour l'ensemble des pièces du projet se trouvent en annexe (Voir Annexe : Tableau récapitulatif pièces).

## 5.3 Fabricabilité - Facilité d'usinage et de montage du système

Tout au long de la conception de nos pièces, nous avons essayé de rendre ce projet réalisable. Pour créer ce système, nous avons utilisé CATIA qui est un logiciel de CAO mis à disposition par l'EPFL. CATIA ne nous limite pas dans la création de nos pièces et pousse à la conception de pièces monoblocs.

Bien que le nombre de pièces total augmente tout comme la visserie qui se complexifie, nous avons choisi de découper chacune de nos pièces en différentes parties. Même si le projet n'est pas voué à être usiné, nous souhaitons qu'il soit réalisable.

Par exemple, un cardan implémenté en guidages flexibles comprendra au minimum sept pièces (quattre pieds, ring, couronne, plateau) et 20 vis (6 vis internes, 8 vis bipodes pieds, 6 vis ring-plateau).

Le but est de rendre le système usinable et ceci à des coûts raisonnables.

## 5.4 Montage du mécanisme

L'ensemble des pièces a été fabriqué pour rendre le montage facile. Certaines extrusions dans les pièces recouvrant toute la surface du miroir ont été aménagées pour permettre l'insertion d'outils.

Les instructions de montage avec image explicative se trouvent en annexe. (Voir Annexe : Montage du mécanisme).

## 5.5 Entretien et maintenance

Il n'y a pas d'entretien spécial prévu pour notre système.

Pour la maintenance, nous avons prévu dès que c'est possible un système vis-écrou au lieu de taraudages. Des taraudages obligeraient à usiner à nouveau toute la pièce en cas de endommagement. Ceci entraînerait des coûts supplémentaires importants.

## 6 Coût

### 6.1 Coût des matériaux

Les quatre matériaux principaux de notre système constituent la base de coût de fabrication. Nous avons donc recherché le prix au kilo de chacune de ces matières afin de faire une étude qualitative du coût final :

| Matériaux | Prix au kilogramme [CHF/kg] | Masse volumique [kg/$m^3$] |
|---|---|---|
| Acier Maraging W720 | 42 | 7850 |
| Aluminium EN AC-AlSiMg0,3 T6 | 1.18 | 2700 |
| Fonte EN-GJS-1000-5 | 0.21 | 7150 |
| Titane Ti Al6 4V | 15.7 | 4510 |
| Tungstène pour application spatiale | 24.77 | 19250 |
| POM-C (seul plastique du système) | 24.77 | 19250 |

TABLE 9 – Tableau des prix pour les matériaux utilisés

Les prix de l'acier (Acifer, 2015), de l'aluminium (Finances.Net, 2017), de titane et de la fonte (Media, 2016) trouvés depuis des sites qui donnent la moyenne par mois. Ils ont ensuite été comparés aux valeurs données par une carte d'Ashby : module de Young/Prix (Rappaz, 2016).

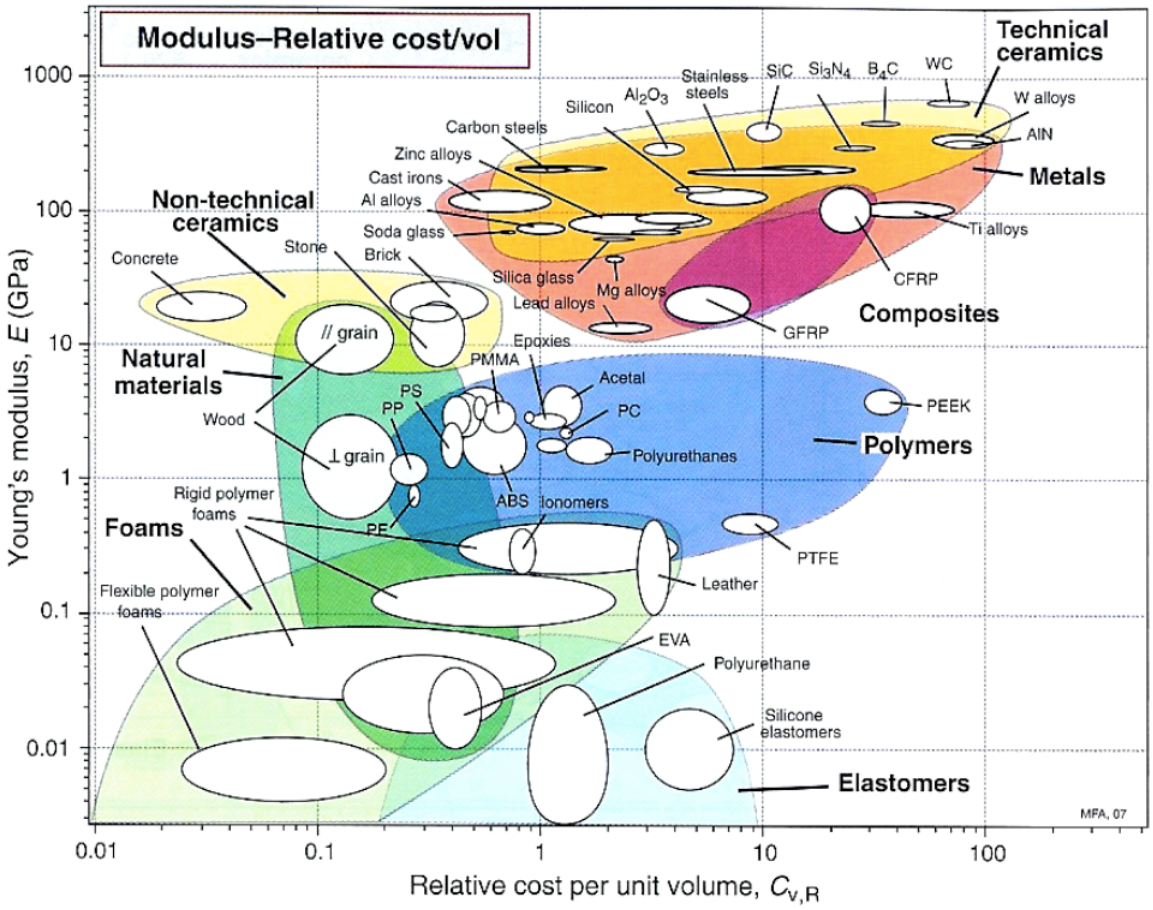



FIGURE 48 – Carte d'Ashby reliant le module de Young au coût

Nous avons ensuite utilisé CATIA pour déterminer les dimensions de nos pièces. Nous estimons ainsi à l'aide de notre tableau récapitulatif des pièces (Voir annexe pour **valeurs exactes** : tableau excel) :

— 11kg d'acier ; soit 450CHF

— 12kg d'aluminium ; soit 14CHF

— 0.90kg de fonte ; soit 0.2CHF

— 1.75kg de titane ; soit 43CHF

— 0.16kg de POM-C ; soit 9CHF

Coût total : environ 519 CHF.

Il faut noter que ces prix sont déterminés à l'aide des dimensions de chacune des pièces. Par exemple, lors de l'usinage, nous allons enlever de la matière à des blocs / des plaques / des cylindres pour former nos pièces (Voir annexe pour taille plaques : tableau récapitulatif des pièces). Nous appliquons donc un facteur 1.6 au coût de la matière pour les raisons suivantes :

— plaques de dimensions donc enlèvement de matière.

— coefficient de sécurité : usinage plus complexe que prévu ou pièces ratées.

— coûts chez le producteur plus élevés car petite quantité commandée.

Coût total final : environ 830 CHF.

## 6.2 Coût de fabrication

La fabrication de nos pièces repose principalement sur l'usinage par CNC et l'électroérosion. Les coûts d'impression 3D des supports de capteurs sont largement négligeables. Les prix des usinages dépendent de la méthode utilisée par CNC (laser, plasma, fraisage en périphérie) et de la précision de l'électroérosion.

L'électroérosion est plus coûteuse que le reste. Elle a un coût initial d'environ 1000 CHF avec 150 CHF supplémentaires par heure d'usinage. La vitesse d'électro-érosion est de 3 à 4 mm par minute.

La CNC quant à elle a un usinage coûtant 90 CHF par heure.

***Pour l'électroérosion**, le parcours de nos pièces usinées par cette méthode, tout état de surface confondu, est d'environ 1122 mm. Nous utilisons donc la machine durant 280 minutes. De ce fait, il faut compter environ 4800 CHF pour l'électroérosion.*

***Pour l'usinage CNC (laser, plasma, fraisage en périphérie)**, on estime la durée d'usinage à 30h (tout compris). En comptant un usinage coûtant 90 CHF par heure, l'usinage CNC de notre pièce coûte 2700 CHF.*

Le coût estimé d'usinage total de notre système est de 7'500 CHF. Le coût estimé de matériaux total de notre système est de 816 CHF. Le coût estimé de vis (Voir annexe : Tableau récapitulatif vis) de notre système est de 80 CHF. Le coût total estimé de notre système est de 8'446 CHF. Ainsi le mécanisme devrait rentrer dans les coûts exigés de 30'000CHF avec une importante marge d'erreur.

# 7 Discussion

## 7.1 Améliorations et points faibles

### 7.1.1 Rentabilisation des courses des actuateurs

Ce dispositif présente une utilisation des actuateurs qui n'est pas optimale. Une amélioration possible serait de décaler la plage d'utilisation des actuateurs. Pour ce faire, il faudrait non seulement ajouter un offset informatique dans la gestion de ces derniers, mais aussi ajouter un ressort de précharge dans l'axe de fonctionnement des actuateurs afin que la position d'équilibre du dispositif complet corresponde à la position initiale des actuateurs avec offset.

De la même manière, on pourrait modifier les angles initiaux des cols, afin qu'en position initiale ils semblent décalés, mais compensent ainsi la dissymétrie des déplacements vers le haut et vers le bas.

### 7.1.2 Choix des vis

L'ensemble du mécanisme à été assemblé à l'aide de vis à tête non-conique, ce qui à pour conséquence de ne pas forcer les différentes pièces à s'aligner parfaitement selon les axes des trous de passages. Il serait intéressant de revoir l'ensemble des perçages du mécanisme, afin qu'il puisse être monté avec des vis à tête conique, ce qui garantirait un meilleur alignement des pièces entre elles.

## 7.2 Placement des butées et des capteurs

Le type de capteurs imposé admet une plage de mesure relativement faible, ce qui leur dicte une position de travail proche du point de pivotement du miroir. Cependant, il a fallu modifier plusieurs fois le plateau du socle de miroir, afin qu'il présente une portion de matière conductrice face au capteurs. Cependant, la surface de métal présente en face des capteurs pourrait être trop petite pour garantir un fonctionnement parfait des capteurs. Il serait peut-être plus judicieux de mesurer les mouvements longitudinaux du mécanisme de transmission plutôt que de mesurer directement la position du miroir. Les pertes dues au mécanisme de transmission seraient peut-être négligeables vis-à-vis de la résolution des capteurs et permettraient une implémentation plus propre et plus simple de ces derniers dans le mécanisme.

De plus, bien que le matériau choisi présente plusieurs avantages, il faudrait modifier cette pièce et remplacer les taraudages prévus sur celle-ci, car ils sont difficilement réalisables dans du plastique. Il serait plus judicieux de les remplacer par des trous traversant toute la pièce, et de monter cette dernière par de très longues vis traversant le support de part en part, et éventuellement rajouter des clavettes pour garantir la position de la pièce.

## 7.3 Choix du concept

Le système choisi a pour principal défaut qu'il admet des lois de mouvement non linéaires. Par conséquent, les forces fournies par les actuateurs ne sont pas linéaires non plus et ceci nous force à ne pas utiliser complètement le potentiel du matériel imposé.

De plus, le changement d'axe de la chaîne de transmission choisie implique qu'une grande partie de la force de l'actuateur est exercée transversalement sur les supports, ce qui engendre des pertes de performance importantes.

## 7.4 Avantages

### 7.4.1 Choix des écrous

Ce mécanisme à été réalisé principalement avec un système de montage de type boulon-écrou. Ceci admet comme avantage de pouvoir être remplacé en cas de défectuosité d'un filetage.

### 7.4.2 Fonctionnement horizontal du mécanisme

Bien que le dispositif général de transfert du mouvement admette des lois non linéaires, le fait qu'il travaille de manière horizontale permet une grande souplesse au niveau de la disposition des pièces. Les guidages linéaires peuvent donc être relativement longs et admettre des mouvements parasites faibles. De la même manière, l'encombrement vertical du système est plus faible que le volume maximal autorisé par le cahier des charges.

### 7.4.3 Matériaux des butées

Les supports de capteurs, qui font office de butées sont réalisées en impression 3D. Le matériau utilisé est le POM-C, choisi pour sa grande résistance aux basses températures. Du fait de sa méthode d'usinage, cette pièce est peu coûteuse et pourra donc être changée en cas de choc trop violent contre le système. De plus, les chocs admettrons une interface plastique-métal, ce qui permettra de ne pas endommager du tout le plateau lors des chocs, ce qui est très intéressant, car il est beaucoup plus chère à usiner et compliqué à changer.

## 8 Conclusion

Pour conclure, les différentes critères du cahier de charges : L'ensemble miroir/socle pivote autour du CdM du miroir, parallèlement au plan du miroir. Le miroir fourni n'est pas modifié. Il reste uniquement en contact avec les bipodes.
La course angulaire de $\pm 2[°]$ est garantie pour n'importe quel axe de rotation dans le plan du miroir. Des butées mécaniques se trouvent placées de telle manière que le basculement du miroir est arrêté quand celui-ci atteint $\pm 2.1[°]$.
Nous atteignons $R_\theta = 2.893625633524901[\mu rad] \leq 3[\mu rad]$ imposé par le cahier de charges. La résolution angulaire est donc garantie par notre système.
Notre mécanisme rentre dans le volume alloué par le cahier des charges. Il nous reste de la place en hauteur.
La fixation du mécanisme TCM sur le châssis du télescope est garantie par les trois zones sur les flancs du cylindre.
Notre mécanisme suit une loi de mouvement à accélération en trapèze avec jerk limité comme imposé par le cahier de charges. La durée des phases statiques lors du pivotement $t_p = 25[ms]$ est aussi respectée.
Toutes les parties en mouvement ont été réalisées par des guidages flexibles pour garantir qu'aucun frottement ne soit généré. Les seules pièces qui peuvent rentrer en contact sont les butées mécaniques avec le socle sur lequel pose le miroir.
C'est une structure à deux degrés de libertés en rotation pures, dénué d'hyperstatisme conformément au cahier des charges.

L'unique point autour duquel le mécanisme s'écarte du cahier des charges est la question de degrés de libertés internes. Notre décision de simplifier les rotules à doigt avec des rotules simples crée des degrés de libertés internes. Nous simplifions donc notre système au détriment de la conformité totale au cahier de charges pour des raisons de faisabilité de rotules à doigts en guidages flexibles.
Notre choix de mécanismes nous donne une fréquence de basculement assez basse, nous n'avons donc malheureusement pas pu maximiser ce critère, notre système étant fortement non linéaire.

Ceci nous semble acceptable pour un projet estudiantin où le but est de développer un concept très contraint qui ne serait certainement pas choisi dans l'industrie. Nous avons tout de même su minimiser les forces et moments exportés pour garantir une image nette du miroir.

Nous concluons que le système développé est conforme au cahier de charge, sauf une exception légère, voir négligeable, qui est due au choix d'un système relativement complexe et fortement non linéaire. Pour un futur projet, nous veillerons à choisir un système moins complexe et plus linéaire pour faciliter le développement et l'amélioration du système.

# 9 Annexe

## 9.1 Code WolframAlpha

La version Matlab fournie par l'EPFL ne permettant pas de résoudre analytiquement les équations non linéaires, nous avons choisi d'utiliser un autre logiciel fournie par l'EPFL : Wolfram Mathematica 11.0.

*Attention : Il y a un signe de différence entre les deux équations.*

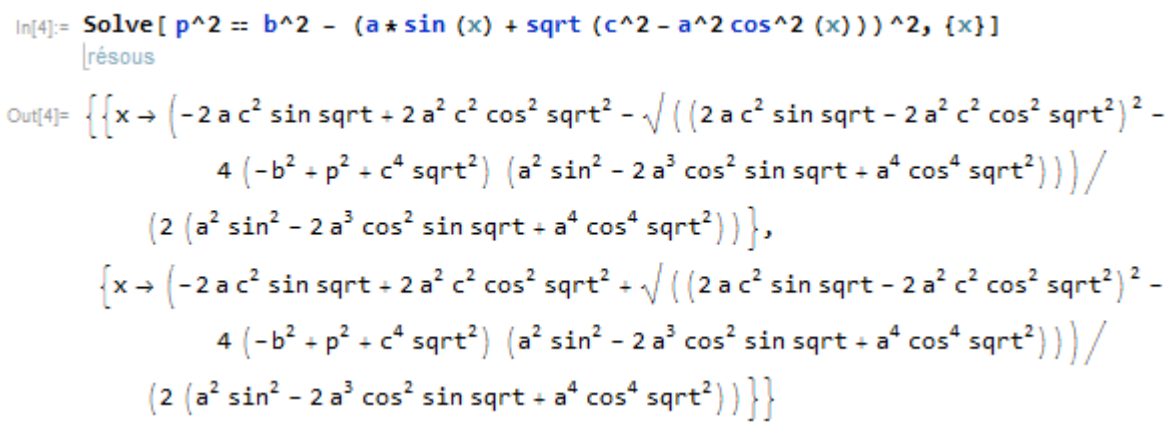



FIGURE 49 – Définition de theta

## 9.2 Code Matlab

### 9.2.1 Conception du guidage linéaire

Nous cherchons à calculer notre course et notre coefficient de sécurité. Voici le code utilisé pour avoir des résultats exacts à l'aide de MATLAB :

```
1     dbtype guidagelineaireV2 1:61
2
3     clc
4     clear all
5     close all
6
7     %Les unités correspondent à un système SI. Les unités pouvant néanmoins
8     %porter à confusion sont explicités dans le programme.
9     %Les noms des variables correspondent au schéma présent dans le rapport.
10
11    %Schéma de la table à quatre cols prismatiques
12
13    l = 0.150; % longueur totale des barres
14    lc = 0.0375; % longueur d'un des cols
15    b = 0.01; % largeur des cols
16    h = 0.0019; % épaisseur des cols
17    E = 193e9; % module de Young de l'acier Maraging W720
18    F = 40; % force maximale fournie par chacun des actuateurs
19    fadm = 0.004; % course minimale à atteindre pour utiliser l'ensemble de
20                  % l'actuateur
21    sigmaD = 735e6; % contrainte moyenne pour rupture à 10^7 cycles (voir
22                    % références)
```

```
23
24    %Résultats intermédiaires à calculer :
25
26    ksi = 0; % paramétrisation avec 0 < ksi < 1
27    Ko = 0; % rigidité en translation
28    sigma = 0; % contrainte admissible pour une course de 4mm
29
30    %Résultats des calculs :
31
32    x = 0; % course maximale sous force maximale appliquée
33    S = 0; % coefficient de sécurité
34
35    % Calculs :
36
37    % 1. Vérification de la condition : notre course est supérieure à 4mm
38    % (course positive et négative).
39    %           abs ( fadm ) >= 4mm
40
41    ksi = (2.*lc)./(l); % paramétrisation avec 0 < ksi < 1 - sans unités
42
43    Ko = (2.*b.*(h.^3).*E) ./ ( ksi.*(3-3.*ksi+ksi.^2).*l.^3); % rigidité en
44                                                              % translation
45                                                              % en [N/m]
46
47    fadm = F./Ko % course maximale sous force maximale appliquée - [m]
48
49
50    % 2. Vérification de la condition : notre coefficient de sécurité est
51    % supérieur à 2
52    %           S >= 2
53
54    sigma = (3.*E.*h.*fadm) ./ (ksi.*(3-3.*ksi+ksi.^2).*l.^2); %contrainte
55                                                                %admissible
56                                                                %pour une
57                                                                %course de
58                                                                %4mm - [Pa]
59
60    S = sigmaD./sigma %coefficient de sécurité - sans unité
61
```

### 9.2.2 Contre miroir

Nous avons calculé la hauteur nécessaire pour notre contre-miroir parfait, c.-à-d. du cylindre troué parfait avant le perçage des trous de passage pour les supports.

```
1     dbtype Contre_miroir 1:42
2
3     close all
4     clear
5     clc
6
7     % programme qui calcule h du contre-miroir
```

```
8
9     % Input
10    Itot = 0.06679544200; % inertie du miroir selon x ou y en kg*m^2
11    r = 0.175; % le rayon extérieur en m (égal au rayon du miroir)
12    r_v = 0.048; % le rayon du trou au centre de l'anti-miroir en m
13    rho = 19300; % la densité massique, ici acier standard en moyenne
14
15    ph = [(1./12).*(r.^2-r_v.^2)  0  (1./4).*(r.^4-r_v.^4)  -Itot./(rho.*pi)];
16
17    sol_h = roots(ph);
18
19    % contrôle si ça a marché
20    resh1 = sol_h(1).^3.*(1./12).*(r.^4-r_v.^.4) + ...
21            sol_h(1).*(1./4).*(r.^2-r_v.^2) + Itot./(rho.*pi);
22    resh2 = sol_h(2).^3.*(1./12).*(r.^4-r_v.^.4) + ...
23            sol_h(2).*(1./4).*(r.^2-r_v.^2) + Itot./(rho.*pi);
24    resh3 = sol_h(3).^3.*(1./12).*(r.^4-r_v.^.4) + ...
25            sol_h(3).*(1./4).*(r.^2-r_v.^2) + Itot./(rho.*pi);
26
27
28    %-------------------------------------------------------------------------
29    % en charchant r au lieu de h pour vérifier que ça a marché
30
31    %Input
32    h = sol_h(3) % pour essayer de retrouver la même chose
33
34    pr2 = [(1./4).*h  (1./12).*h.^3  -(Itot./(rho.*pi)+0.25.*h.*r_v.^4+...
35          (1./12).*h.^3.*r_v.^2)];
36
37    sol_r2 = roots(pr2);
38    r_trouve = sqrt(sol_r2(2));
39    % on retrouve effectivement ce que l'on a donné comme input dans la
40    % première partie du programme! :))
41
42


h =

    0.0047
```

### 9.2.3 Loi de mouvement et jerk

Nous avons calculé la loi de mouvement pour notre mécanisme. Ceci est le code MATLAB que nous avons écrit pour ce faire.
Nous avons inclus la version avec l'accélération pic à titre indicatif.

```
1     dbtype Jerk_Acc 1:199
2
3     close all
4     clear all
5     clc
```

```
6
7     % Les unités correspondent à un système SI. Les unités pouvant néanmoins
8     % porter à confusion sont explicités dans le programme.
9     % Les noms des variables correspondent au schéma présent dans la donnée
10    % SOFIA.
11
12    jerk_max = 200.*10.^3; % jerk (vecteur d'à-coup) est la dérivée de
13                           % l'accélération angulaire en rad/s.^3
14    acc_max = 18.233501663024942; % accélération maximale du miroir en rad/s.^2
15    theta_ini = deg2rad(-2); % angle extrême à atteindre
16    theta_mid = deg2rad(0); % angle milieu à atteindre
17    theta_end = deg2rad(2); % angle extrême à atteindre
18
19
20    %Résultats des calculs :
21
22    t2_1 = 0 ; % solution polynôme
23    t2_2 = 0 ; % solution polynôme
24    t2_final = 0 ; % intervalle de temps de l'accélération en trapèze
25
26    acc_jmax = @(t,init) init + jerk_max.*t; % accélération de 0 à t1
27                                             % en [rad/s^2]
28    dec_jmax = @(t,init) init - jerk_max.*t; % accélération de t1 à t2
29                                             % en [rad/s^2]
30
31    t1 = acc_max./jerk_max; % temps nécessaire pour atteindre l'accélération
32                            % maximale en [s]
33
34    % Calculs :
35
36    % Coefficients du polynôme de degré 2 qui représente notre système
37    a = 0.5.*acc_max;
38    b = 0.5.*acc_max.^2./jerk_max + acc_max.*t1;
39    c = -(pi./90 + (1./6).*jerk_max.*t1.^3 - ...
40        (1./6).*acc_max.^3./(jerk_max.^2) - 0.5.*t1.*acc_max.^2./jerk_max ...
41        - 0.5.*acc_max.*t1.^2);
42
43    t2_1 = (-b + sqrt(b.^2-4.*a.*c))./(2.*a);
44    t2_2 = (-b - sqrt(b.^2-4.*a.*c))./(2.*a);
45
46    %Solution finale :
47
48    t2 = max(t2_1, t2_2) % intervalle de temps de l'accélération en  trapèze
49                         % en [s]
50                         % maximum, car une solution du polynôme sera négative
51
52
53
54    % partie pour créer les graphes
55
56    % paramètres de temps
57    y1 = [0:0.00001:t1];
```

```
58    y2 = [t1:0.00001:t1+t2];
59    y3 = [t1+t2:0.00001:2.*t1+t2];
60    y4 = [2.*t1+t2:0.00001:3.*t1+t2];
61    y5 = [3.*t1+t2:0.00001:3.*t1+2.*t2];
62    y6 = [3.*t1+2.*t2:0.00001:4.*t1+2.*t2];
63    y = [y1 y2 y3 y4 y5 y6];
64
65    % jerk
66    jmax_pos = @(t) jerk_max + 0.*t;
67    jmax_neg = @(t) -jerk_max + 0.*t;
68    rien = @(t) 0.*t;
69
70    j1 = jmax_pos(y1);
71    j2 = rien(y2);
72    j3 = jmax_neg(y3);
73    j4 = jmax_neg(y4);
74    j5 = rien(y5);
75    j6 = jmax_pos(y6);
76    j = [j1 j2 j3 j4 j5 j6];
77    jmax = jmax_pos(y);
78    jmin = jmax_neg(y);
79
80    % accélération
81    alpha1 = @(t) jerk_max.*t;
82    alpha2 = @(t) acc_max + 0.*t;
83    alpha3 = @(t) acc_max - jerk_max.*(t-t1-t2);
84    alpha4 = @(t) -jerk_max.*(t-2.*t1-t2);
85    alpha5 = @(t) -acc_max +0.*t;
86    alpha6 = @(t) -acc_max + jerk_max.*(t-3.*t1-2.*t2);
87
88    a1 = alpha1(y1);
89    a2 = alpha2(y2);
90    a3 = alpha3(y3);
91    a4 = alpha4(y4);
92    a5 = alpha5(y5);
93    a6 = alpha6(y6);
94    a = [a1 a2 a3 a4 a5 a6];
95    amax = alpha2(y);
96    amin = alpha5(y);
97
98    % vitesse
99    omega1 = @(t) 0.5.*jerk_max.*t.^2;
100   omega2 = @(t) acc_max.*(t-t1) + omega1(t1);
101   omega3 = @(t) acc_max.*(t-t1-t2) - 0.5.*jerk_max.*(t-t1-t2).^2 ...
102                 + omega2(t2+t1);
103   omega4 = @(t) -0.5.*jerk_max.*(t-2.*t1-t2).^2 + omega3(2.*t1+t2);
104   omega5 = @(t) -acc_max.*(t-3.*t1-t2) + omega4(3.*t1+t2);
105   omega6 = @(t) -acc_max.*(t-3.*t1-2.*t2) + ...
106                 0.5.*jerk_max.*(t-3.*t1-2.*t2).^2 + omega5(3.*t1+2.*t2);
107
108   v1 = omega1(y1);
109   v2 = omega2(y2);
```

```
110  v3 = omega3(y3);
111  v4 = omega4(y4);
112  v5 = omega5(y5);
113  v6 = omega6(y6);
114  v = [v1 v2 v3 v4 v5 v6];
115
116  % position
117  theta1 = @(t) (1./6).*jerk_max.*t.^3 + theta_ini;
118  theta2 = @(t) 0.5.*acc_max.*(t-t1).^2 + omega1(t1).*(t-t1) + theta1(t1);
119  theta3 = @(t) 0.5.*acc_max.*(t-t1-t2).^2 - ...
120                (1./6).*jerk_max.*(t-t1-t2).^3 + omega2(t2+t1).*(t-t2-t1)...
121                + theta2(t1+t2);
122  theta4 = @(t) -(1./6).*jerk_max.*(t-2.*t1-t2).^3 + ...
123                omega3(2.*t1+t2).*(t-2.*t1-t2) + theta3(2.*t1+t2);
124  theta5 = @(t) -0.5.*acc_max.*(t-3.*t1-t2).^2 + ...
125                omega4(3.*t1+t2).*(t-3.*t1-t2) + theta4(3.*t1+t2);
126  theta6 = @(t) -0.5.*acc_max.*(t-3.*t1-2.*t2).^2 + ...
127                (1./6).*jerk_max.*(t-3.*t1-2.*t2).^3 + ...
128                omega5(3.*t1+2.*t2).*(t-3.*t1-2.*t2) + theta5(3.*t1+2.*t2);
129
130  x1 = rad2deg(theta1(y1));
131  x2 = rad2deg(theta2(y2));
132  x3 = rad2deg(theta3(y3));
133  x4 = rad2deg(theta4(y4));
134  x5 = rad2deg(theta5(y5));
135  x6 = rad2deg(theta6(y6));
136  x = [x1 x2 x3 x4 x5 x6];
137
138  % afficher les graphes
139  subplot(4,1,1)
140  plot(y.*1e3,j)%,y.*1e3,jmax,'k--',y.*1e3,jmin,'k--');
141  grid;
142  title('jerk du miroir');
143  xlabel('temps [ms]'); ylabel('jerk angulaire [rad/s^3]');
144  legend('jerk','+/- jerk max');
145  ylim([-1.5.*jerk_max 1.5.*jerk_max])
146  subplot(4,1,2)
147  plot(y.*1e3,a)%,y.*1e3,amax,'k--',y.*1e3,amin,'k--');
148  grid;
149  title('accélération du miroir');
150  xlabel('temps [ms]'); ylabel('accélération angulaire [rad/s^2]');
151  legend('acc.','+/- acc. max');
152  ylim([-1.5.*acc_max 1.5.*acc_max])
153  subplot(4,1,3)
154  plot(y.*1e3,v);
155  grid;
156  title('vitesse du miroir');
157  xlabel('temps [ms]'); ylabel('vitesse angulaire [rad/s]');
158  subplot(4,1,4)
159  plot(y.*1e3,x);
160  grid;
161  title('position du miroir');
```

```
162   xlabel('temps [ms]'); ylabel('position angulaire [degrés]');
163   ylim([-2.5 2.5])
164
165
166   %recherche de l'accélération optimale (t2 = 0)
167   acc_max_it = [1117.5:0.001:1117.8];
168   n = 1;
169   t2_table = [];
170
171   for i = acc_max_it
172       t_it = i./jerk_max;
173
174       ait = 0.5.*i;
175       bit = 0.5.*i.^2./jerk_max + i.*t_it;
176       cit = -(pi./90 + (1./6).*jerk_max.*t_it.^3 - ...
177             (1./6).*i.^3./(jerk_max.^2) - 0.5.*t_it.*i.^2./jerk_max ...
178             - 0.5.*i.*t_it.^2);
179
180       t2_1_it = (-bit + sqrt(bit.^2-4.*ait.*cit))./(2.*ait);
181       t2_2_it = (-bit - sqrt(bit.^2-4.*ait.*cit))./(2.*ait);
182
183       t2_table(n) = max(t2_1_it, t2_2_it);
184       n = n+1;
185   end
186
187   [t2_opt, indice] = min(abs(t2_table));
188   acc_opt = acc_max_it(indice);
189   % accélération optimale 1.117692795000000e+03
190
191
192   % calcul du temps de basculement
193   t_b = 4.*t1 + 2.*t2
194
195   % calcul de la fréquence de pivotement
196   T_pivote = 2.*t_b + 2.*0.025;
197   f_pivote = 1./T_pivote
198
199
```

```
t2 =

    0.0617

t_b =

    0.1238

f_pivote =

    3.3592
```

### 9.2.4 Transmission du mouvement

Nous avons calculé la position de la barre de transmission et nous avons trouvé la valeur de l'angle initial optimal pour avoir un degré de linéarisation le plus grand possible et pour diminuer donc les effets non-linéaires au minimum.

```
1     dbtype meca_integ_simpson 1:66
2
3     clc
4     clear all
5     close all
6
7     binf=-4;
8     bmid=0;
9     bsup=4;
10    l=20;
11    tetainf=0.125*pi;
12    tetasup=0.5.*pi;
13
14    xsple = [binf:0.005:bsup];
15    tetasple = [tetainf:0.2:tetasup];
16
17    g = @(x,teta) (l.^2-(l.*cos(teta)-x).^2).^0.5-l.*sin(teta);
18    Simpg = @(a,b,teta) ((b-a)./6).*(g(a,teta)+4.*g((a+b)/2,teta)+g(b,teta));
19    % on utilise l'approx de simpson d'une intégrale, car elle est exacte de
20    % degré 3
21
22    G = @(teta) abs(Simpg(bmid,bsup,teta))+abs(Simpg(binf,bmid,teta));
23    F = abs(0.5.*(bmid.^2-binf.^2))+abs(0.5.*(bsup.^2+bmid.^2));
24    %toute l'aire sous la courbe
25
26    gamme_teta = abs(F - G(tetasple));
27    [V,I] = min(gamme_teta);
28    teta_opt = tetasple(I);
29
30    plot(xsple,xsple,'-.')
31    grid
32
33    hold on ;
34
35    for teta=tetasple
36
37    plot(xsple,g(xsple,teta))
38
39    end
40    legend('dte','1','2','3','4','5','6','7','8');
41
42    teta_def = 0.25*pi;
43
44    val_max = g(bsup,teta_def);
45    val_min = g(binf,teta_def);
46
```

```
47    dist_centre = min(abs(val_max),abs(val_min))./tan((7/600)*pi);
48
49    plot(xsple,g(xsple,teta_def),'-k')
50
51    min(abs(val_max),abs(val_min));
52
53    %%% plot en fonction de longueur de la tige au milieu
54    gg = @(x,teta,l) (l.^2-(l.*cos(teta)-x).^2).^0.5-l.*sin(teta);
55
56    lsple = [5:0.1:30];
57    hold off
58    figure
59    val_max = @(l) gg(bsup,teta_def,l);
60    val_min = @(l) gg(binf,teta_def,l);
61    dist_centre = @(l) min(abs(val_max(l)),abs(val_min(l)))./tan((7/600)*pi);
62    plot(lsple,dist_centre(lsple))
63    xlabel('longeur de barre')
64    ylabel('distance radiale')
65    grid
66
```

### 9.2.5 Cardan avec deux lames et tige

Voici le programme MATLAB qui calcule les caractéristiques du cardan avec deux lames et une tige.

```
1     dbtype Cardan_2LT 1:63
2
3     close all
4     clear all
5     clc
6
7     %Programme calculant les valeures pour le cardan à deux lames et à tige
8     %Constantes:
9     %-------------------------------------------------------------------------
10    %D_max = 96 mm ; H_max = 24mm = l_tige_max;
11    %d+2b<= 60 mm; (On se donne uzn carré de 60 mm de coté pour notre cardan)
12    F = 40; %input force en Newton
13    D = 0.1; %distance du cdm de positionnement des branches en m
14    E = 193.*10.^9; % module de Young en Pa
15    G = 72.*10.^9;  % module de cisaillement en Pa
16    sigma_D = 735.*10.^6; % contrainte max statistique après 10.^7 cycles en Pa
17
18    %Dimensions tige
19    %-------------------------------------------------------------------------
20    d = 0.001; % taille des côtés de la tige en m
21    l_t = 0.012; % longueur de la lame en m
22    I_t = (pi.*d.^4)./64; % moment d'inertie tige selon ey et ex
23    Iz_t = 2.*I_t; % moment d'inertie selon ez
24
```

```
25    %Dimensions lames
26    %-------------------------------------------------------------------------
27    h = 0.001; % épaisseur de la lame en m
28    b = 0.01; % largeur de la lame en m
29    l_l = 0.012; % longueur de la lame en m
30    Ix_l = (h.*b.^3)./12; % moment d'inertie lame selon ex
31    Iy_l = (b.*h.^3)./12; % moment d'inertie lame selon ey
32
33    %Calculs
34    %-------------------------------------------------------------------------
35    %Force Critique
36    Leff = 0.5*l_t; % longueure efficace
37    Fcr = (pi./Leff).^2.*E.*Iz_t; % la force critique de flambage
38
39    %coefficients de rigidités équivalants
40    k_tl = (b.*h.^3.*G)./(3.*l_l); % la rigidité en torsion d'une lame
41    k_fl = (Iy_l.*E)./(l_l); % la rigidité en flexion d'une lame
42    k_ft = (I_t.*E)./(l_t); % la rigidité en flexion d'une tige
43    K_eqX = 2.*k_tl+k_ft;   % rigidité équivalente selon X
44    K_eqY = 2.*k_fl+k_ft;   % rigidité équivalente selon Y
45
46    %angle de déflexion
47    ALPHA = 0.0366519; % angle en radian (2.1 deg)
48
49    %contraintes et facteurs de sécurités
50    sigma_admL  = (ALPHA.*E.*h)./l_l; % contrainte admissible
51    sigma_torsL = (ALPHA.*sqrt(3).*h.*G)./l_l; % contrainte admissible
52    sigma_admXT = (ALPHA.*E.*d)./l_t; % contrainte admissible
53    sigma_admYT = (ALPHA.*E.*d)./l_t; % contrainte admissible
54
55    S_1 = sigma_D./sigma_admL; % facteur de sécurité
56    S_2 = sigma_D./sigma_torsL; % facteur de sécurité
57    S_3 = sigma_D./sigma_admXT; % facteur de sécurité
58    S_4 = sigma_D./sigma_admYT; % facteur de sécurité
59
60    %Force à appliquer
61    Fx = (K_eqX.*ALPHA)./D; %Force nécessaire pour faire le mouvement
62    Fy = (K_eqY.*ALPHA)./D; %Force nécessaire pour faire le mouvement
63
```

### 9.2.6 Cardan à 4 barres croisées

Voici le programme MATLAB qui calcule les caractéristiques du cardan à 4 barres croisées.

```
1     dbtype Cardan_4BC 1:52
2
3     close all
4     clear all
5     clc
6
7     % programme qui calcule les valeurs pour un cardan type voiture
8
```

```
9     % Input Moment
10    %F = 2; % La force appliquée en N
11    D = 0.1; % La distance d'attachement en m
12    P = 160; %poids de sécurité en N
13
14    % Input Barre
15    h = 0.0005; % épaisseur de la lame en m
16    b = 0.01; % largeur de la lame en m
17    B = 2.*b + h;
18    l = 0.02; % longueur de la lame en m
19    E = 193*10.^9; % module de Young en Pa
20    G = 72*10.^9; % module de cisaillement en Pa
21    sigma_D = 735.*10.^6; % contrainte max statistique après 10.^7 cycles en Pa
22    sigma_adm = sigma_D ./ 2; % contraite admissible en Pa
23    tau_adm = sigma_adm ./ sqrt(3); % oontrainte de cisaillement admissible
24                                    % en Pa
25
26    %angle de déflexion
27    ALPHA = 0.0366519; % angle en radian (2.1 deg)
28
29    %Ici avec le K d'une poutre encastré
30    %------------------------------------------------------------------------
31    Ix = (b.*h.^3)./6 + (h.*(2.*b + h).^3)./12; %moment d'inertie selon x
32    Iy = (h.*b.^3)./6 + (h.*(2.*b + h).^3)./12;%moment d'inertie selon y
33    Ip = Ix + Iy; %moment d'inertie polaire de une bar en croix
34    JG     = ((4.*G)./3).*b.*h.^3 + (h.^4.*G)./3; %calcul du coefficient J
35    beta   = (h./2).*(sqrt((E.*Ip)./JG)); %calcul de l'élément beta
36    w = 2.*beta.*tanh((2.*beta).^(-1));
37    K_tors = JG./(1-w); % calcul de la rigidité de torsion
38    K_eq = K_tors./2; % régidité équivalente pour deux bars en série
39    F = (K_eq.*ALPHA)./D; % Force nécessaire pour la course 2.1 degrés
40
41    %vérification de tau_max:
42    C = JG.*1.25; %coefficient tenant compte des congés de raccordement
43    teta = (F.*D)./C; % angle max en rad
44    tau_max = G.* teta .* h; % contrainte de cisaillement max en Pa
45
46    %Vérifcation du fléchissement f au cdm:
47    k_trans = (2.*E.*h.*b.^3)./l.^2; %
48    k_flex = (2.*E.*b.*h.^3)./l.^2;
49    k_eqi = (k_trans + k_flex) ./ 2;
50    f = (P.*D)./k_eqi;
51
```

| | Valeurs (Unité SI) |
|---|---|
| r | 0.0430 [m] |
| e | 0.0002 [m] |
| E | 1.14E+11 [Pa] |
| angle a faire (°) | 8.00° |
| facteur radian | 0.0174533 |
| sigma_D | 5.00E+08 [Pa] |
| teta_init ° | 45 |
| longeur bras L | 0.04 |
| angle beta | 2.1 |
| profondeur t | 0.01 |
| Fmax | 40 |
| lim elastique | 830000000 |

Les tests sont réussis pour la valeur 1.

| Calculs | Valeurs (Unité SI) | Unité | *Tests* | Allcondition | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| rapport r/e | 2.87E+02 | - | *1* | 1 | | |
| angle en rad | 1.40E-01 | - | | | | |
| S | 1.25E+00 | - | *1* | >1.2 | | |
| sigma_adm | 3.99E+08 | Pa | | | | |
| l-collet tronqués | 8.79E-03 | m | | | | |
| deltaZ_sup_max | 2.86E-03 | m | | | | |
| deltaZ_inf_max | 3.29E-03 | m | | | | |
| espacement point de pivotement des cols (delta) | 3.12E-02 | m | *1* | >20 | | |
| alpha_up | 9.25E-01 | - | | | | |
| alpha_do | 6.46E-01 | - | | | | |
| teta_init rad | 7.85E-01 | - | | | | |
| deltaX_sup_max | 3.29E-03 | m | *1* | 82.16 % rent actu | 100 | |
| deltaY_inf_max | 2.86E-03 | m | *1* | 71.42 % rent actu | | |
| place vertical | 2.83E-02 | m | *1* | <30 | | |
| epaisseur e | 1.50E-04 | m | *1* | <150microns inusinable | | |
| d_rad entrax radial | 7.80E-02 | m | | | | |
| retro_test_Xsup | 2.53E-03 | m | *1* | 63.18 % rent actu | 100 | |
| retro_test_Xinf | 3.29E-03 | m | *1* | 82.16 % rent actu | 1 | |
| delta_alpha_up | 1.40E-01 | - | *1* | test dépassement angle max collet | | |
| delta_alpha_do | 1.22E-01 | - | *1* | test dépassement angle max collet | | |
| delta_teta_up | 8.88E-01 | - | | | | |
| delta_teta_do | 6.26E-01 | - | | | | |
| K_alpha_M_c | 1.07E-01 | N | | | axe1(x) | axe2 (y) |
| K_alpha_M_mirror | 4.08E+01 | N | | rigidité asymétrique | 40.78 | 27.6 |
| k_guidage | 0.00E+00 | N | | | | |
| E_struct_tot_up | 7.07E-02 | Pa | *1* | assez de force up | | |
| E_struct_tot_do | 4.92E-02 | Pa | *1* | assez de force do | | |
| sigma_tract_pure | 9.43E+06 | Pa | *1* | si>limite elast, probleme | | |
| sigma_cis_pure | 9.43E+06 | Pa | | | | |
| rigidi_ang_transv | 1.99E+02 | N | *1* | utilisé dans onglet petit cols, report condition petit cols | | |

Calculs complémentaires (steps) :

| | | |
|---|---|---|
| deltaY_max | 2.86E-03 | m |
| angle b rad | 3.67E-02 | - |
| K_alpha_M_c | 1.07E-01 | N |
| a | 2.21E-02 | m |
| b | 2.21E-02 | m |
| retro_test_Ysup | 2.86E-03 | m |
| retro_test_Yinf | 2.86E-03 | m |
| energie_alpha_up | 1.04E-03 | J |
| energie_alpha_do | 8.01E-04 | J |
| energie_teta_up | 4.23E-02 | J |
| energie_teta_do | 2.10E-02 | J |
| energie_beta_up | 2.74E-02 | J |
| energie_beta_do | 2.74E-02 | J |
| travail_up_max_force_up | 1.01E-01 | J |
| travail_do_max_force_do | 1.31E-01 | J |
| enerige_guid_up | 0.00E+00 | J |
| enerige_guid_do | 0.00E+00 | J |

FIGURE 50 – Calcul à l'aide d'Excel des différents paramètres pour les cols centraux

| Objectifs | Données à respecter | Résultats du projet |
|---|---|---|
| | | |
| **Axe de pivotement** | Passe par le centre de gravité | Respecté - Voir Annexe |
| **Course angulaire:** | | |
| MIN (inclu) | -2° | Respecté |
| MAX (inclu) | 2° | Respecté |
| **Angle φ entre l'axe de pivotement et l'axe X du référentiel** | \|θ\| <= 2,1° quel que soit φ | Butées mécanique mis en place |
| **Résolution angulaire du pivotement** | Rθ<= 3 µrad | Rθ= 2.89 µrad |
| **Volume alloué pour le mécanisme** | cylindre d'un diamètre D = 400 mm et d'une hauteur H = 200 mm | D=400 et H=196.72 |
| **Fixation du mécanisme sur le châssis du télescope** | trois zones sur les flancs du cylindre | Respecté-Voir Annexe |
| **Actionneurs imposés** | deux actionneurs électromagnétiques à aimants mobiles type MLZ1 | Utilisés |
| **Limites de force des deux actionneurs** | | |
| MIN (inclu) | -40 N | Respecté |
| MAX (inclu) | 40N | Respecté |
| **Limites de course des deux actionneurs** | | |
| MIN (exclu) | -4 mm | X_max= -4.461mm |
| MAX (exclu) | 4 mm | X_min= +4.461mm |
| **Durée des phases statiques du miroir** | tp = 25 ms | Respecté |
| **Capteurs de position imposés** | type DMS110 | Utilisé et Fonctionnel |
| **Plage de mesure des capteurs de position** | 0 <= P <= 2 mm | Capteur en position optimale - Voir Chp.2 |
| **Mouvement à accélération en trapèze avec jerk limité** | j < 200×103 rad/s3. | j_max = 200rad/s^3 |
| **Frottement par glissement ou roulement entre pièces mécaniques** | aucun | Respecté |
| **Fréquence de basculement du miroir** | maximiser | f_max = 3.36Hz |
| **Forces et moments exportés vers le châssis** | minimiser | Respecté dans la limite de notre analyse - Voir Chp.2 |
| **Structure cinématique** | deux degrés de liberté en rotation pure | Respecté |
| **Température de fonctionnement** | | |
| MIN (exclu) | -65°C | Dilatation max : -2.106 mm |
| MAX (exclu) | 30°C | Dilatation max : 117 µm |
| **Température de survie** | | |
| MIN (exclu) | -80°C | Dilatation max : -2.457 mm |
| MAX (exclu) | 80°C | Dilatation max : 1.287mm |
| **Durée de vie** | 10 ans avec fonctionnement 40 heures par semaine en moyenne | Assuré avec un coefficient de sécurité supérieur à 3 |
| **Coût de fabrication du mécanisme** | Inférieur à 300000 -CHF.<br>pour deux mécanismes | Prix total d'un mécanism: 8446CHF-Voir Chp.6 |

FIGURE 51 – Tableau récapitulatif cahier des charges

| Pièce | Matériau | Prix du matériau par kilo (CHF/kg) | Masse volumique (kg/m^3) | Nombre | Méthode d'usinage | Type de plaque pour usinage | Longueur/Diamètre (mm) | Largeur (mm) | Hauteur (mm) | Volume (mm^3) | Poids (kg) | Prix : SANS USINAGE (voir références Rapport Chapitre 6 : "Coût") | Taraudages | Taraudages type 1. | Taraudages type 2. | Total taraudages |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| miroir | - | | | 1 | - | | | | | | | | | | | 0 |
| magnet | - | | | 2 | - | | | | | | | | | | | 0 |
| stator | - | | | 2 | - | | | | | | | | | | | 0 |
| capteurs | - | | | 2 | - | | | | | | | | | | | 0 |
| bipodes | - | | | 3 | - | | | | | | | | | | | 0 |
| ring | EN-GJS-100-5 | 0.21 | 7150 | 1 | LASER/PLASMA/CNC+FRAISE EPAISSEUR (CNC) | plaque 20 | D400 | | 16.50 | 125 663.71 | 0.898495499 | 0.188684055 | m4x20 p16 | 6 | | 6 |
| pied socle | EN-AC-ALsi7Mg0.3 T6 | 1.18 | 2700 | 3 | CNC | bloc | 90.8 | 100.00 | 60.00 | 544 800.00 | 4.41288 | 5.2071984 | | | | 0 |
| chapeau | EN-AC-ALsi7Mg0.3 T6 | 1.18 | 2700 | 1 | CNC | bloc (cylindre) | D120 | | 70.00 | 11 309.73 | 0.030536281 | 0.036032811 | m4x12 p8 | 6 | | 6 |
| plateau socle | EN-AC-ALsi7Mg0.3 T6 | 1.18 | 2700 | 1 | LASER/PLASMA/CNC | plaque 5 | D150 | | 5.00 | 17 671.46 | 0.047712938 | 0.056301267 | m4x12 trav+6xm4x20 trav | 4 | 6 | 10 |
| cardan sup | ACIER Maraging w720 | 42 | 7850 | 1 | CNC (précision 500 microns) - Traitements thermiques (??) | bloc | 90.5 | 100.00 | 90.50 | 819 025.00 | 6.42934625 | 270.0325425 | 4xm4x p8 counterboreet 2xm4x12 p8 | 4 | 2 | 6 |
| fourche | EN-AC-ALsi7Mg0.3 T6 | 1.18 | 2700 | 1 | CNC | bloc | 17.00 | 90.5 | 90.50 | 139 234.25 | 0.375932475 | 0.443600321 | | | | 0 |
| dispositif central up/down | TI 6Al 4V | 15.7 | 4510 | 2 | ELECTRO EROSION | plaque 10 | 10.00 | 86.00 | 265.00 | 227 900.00 | 2.055658 | 32.2738306 | | | | 0 |
| glissière v1 / v2 | ACIER Maraging w720 | 42 | 7850 | 8 | ELECTRO EROSION | plaque 10 | 10.00 | 30.00 | 160.00 | 48 000.00 | 3.0144 | 126.6048 | | | | 0 |
| cale | EN-AC-ALsi7Mg0.3 T6 | 1.18 | 2700 | 2 | CNC | plaque/bloc | 5.00 | 10.00 | 22.00 | 1 100.00 | 0.00594 | 0.0070092 | | | | 0 |
| support aimant | EN-AC-ALsi7Mg0.3 T6 | 1.18 | 2700 | 2 | CNC | plaque/bloc | 30.00 | 40.00 | 10.00 | 12 000.00 | 0.0648 | 0.076464 | 4xm3x6 p 3 2x m5x25 p11 | 4 | 2 | 12 |
| cardan inférieur | ACIER Maraging w720 | 42 | 7850 | 1 | CNC | bloc | 20.50 | 90.5 | 90.5 | 167 900.13 | 1.318015981 | 55.35667121 | 4xm4x16 trav | 4 | | 4 |
| support contre mirroir | EN-AC-ALsi7Mg0.3 T6 | 1.18 | 2700 | 2 | CNC | bloc | 13.00 | 45.00 | 30.00 | 17 550.00 | 0.09477 | 0.1118286 | | | | 0 |
| contre mirroir | Tungstène pour application spatiale | 24.77 | 19250 | 1 | LASER/PLASMA/CNC+FRAISE EPAISSEUR (CNC) | plaque 5 | D340 | | 5.00 | 90 792.03 | 1.747746533 | 43.29168162 | 4xm4x12 trav | 4 | | 4 |
| support cardan | EN-AC-ALsi7Mg0.3 T6 | 1.18 | 2700 | 1 | CNC | bloc | 58.00 | 195.00 | 20.00 | 226 200.00 | 0.61074 | 0.7206732 | | | | 0 |
| chevalet | EN-AC-ALsi7Mg0.3 T6 | 1.18 | 2700 | 2 | CNC | bloc | 80.00 | 55.00 | 20.00 | 88 000.00 | 0.4752 | 0.560736 | | | | 0 |
| support actuateur up/down | EN-AC-ALsi7Mg0.3 T6 | 1.18 | 2700 | 2 | CNC | bloc | 55.00 | 19.00 | 42.00 | 43 890.00 | 0.237006 | 0.27966708 | 3xm3x10 trav | 3 | | 6 |
| support glissière up/down | EN-AC-ALsi7Mg0.3 T6 | 1.18 | 2700 | 2 | CNC | bloc | 211.00 | 30.00 | 40.00 | 253 200.00 | 1.36728 | 1.6133904 | | | | 0 |
| plateau inférieur | EN-AC-ALsi7Mg0.3 T6 | 1.18 | 2700 | 1 | LASER/PLASMA/CNC | plaque 8 | 320.00 | 266.00 | 8.00 | 680 960.00 | 1.838592 | 2.16953856 | 4xm4x20racc trav | 4 | | 4 |
| cales cylindriques | EN-AC-ALsi7Mg0.3 T6 | 1.18 | 2700 | 4 | CNC/TOURNAGE | bloc | 35.00 | | 20.00 | 962.11 | 0.010390818 | 0.012261165 | | | | 0 |
| fixation | EN-AC-ALsi7Mg0.3 T6 | 1.18 | 2700 | 3 | CNC | bloc | 100.00 | 70.00 | 30.00 | 210 000.00 | 1.701 | 2.00718 | 2xm8x25 p21 | 2 | | 6 |
| bati | EN-AC-ALsi7Mg0.3 T6 | 1.18 | 2700 | 1 | LASER/PLASMA/CNC | plaque 5 | D400 | | 5.00 | 125 663.71 | 0.339292007 | 0.400364568 | | | | 0 |
| support capteurs (butée) | POM-C **(plastique)** | 55 | 1400 | 1 | Impression 3D | filament POM-C | 60.00 | 35.00 | 55.00 | 115 500.00 | 0.1617 | 8.8935 | 4xm4x12 p8 | 4 | | 4 |
| | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | Poids total : | Prix SANS USINAGE total : | | | | |
| | | | Pièces total : | 53 | Pièces à usiner total : | 45 | | | | | 27.23743478 | 541.4504556 | | Nombre total de taraudages : | | 68 |

FIGURE 52 – Tableau récapitulatif pièces

| | pièce | mtx | nombre | total | référence (catalogue Catia Dassault) | ISO | Qualité |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **visserie** | **total** | | **127** | | | | |
| | **M4X16** | ACIER | 2 | | | | |
| | | | 6 | **8** | BSA815004016 | 7380 | 8.8 |
| | **M4X12** | | 4 | | | | |
| | | | 2 | | | | |
| | | | 6 | | | | |
| | | | 4 | | | | |
| | | | 4 | | | | |
| | | | 4 | **24** | BSA815004012 | 7380 | 8.8 |
| | **M4X20** | ACIER | 2 | | | | |
| | | | 2 | | | | |
| | | | 6 | | | | |
| | | | 6 | **16** | BSA815004020 | 7380 | 8.8 |
| | **M5X20** | ACIER | 11 | | | | |
| | | | 4 | | | | |
| | | | 8 | | | | |
| | | | 8 | | | | |
| | | | 4 | **35** | BSA815005012 | 7380 | 8.8 |
| | **M5X25** | ACIER | 2 | | | | |
| | | | 2 | | | | |
| | | | 16 | **20** | BSA815005025 | 7380 | 8.8 |
| | **M8X40** | ACIER | 4 | **4** | BSA815008040 | 7380 | 8.8 |
| | **M8X25** | ACIER | 6 | **6** | BSA815008025 | 7380 | 8.8 |
| | **M3X6** | ACIER | 4 | | | | |
| | | | 4 | **8** | BSA824303006 | 7380 | 8.8 |
| | **M3X10** | ACIER | 6 | **6** | BSA815003010 | 7380 | 8.8 |
| | | | | | | | |
| **ecrou** | **total** | | **59** | | | | |
| | **M4** | ACIER | 4 | | | | |
| | | | 2 | | | | |
| | | | 2 | **8** | BSA831700004 | 4032 | 10.9 |
| | **M5** | ACIER | 11 | | | | |
| | | | 4 | | | | |
| | | | 8 | | | | |
| | | | 8 | | | | |
| | | | 16 | **47** | BSA831700005 | 4032 | 10.9 |
| | **M8** | ACIER | 4 | **4** | BSA831700008 | 4032 | 10.9 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Nombre de vis | 127 | 127 | 127 |
| Nombre d'ecrou | 59 | 59 | 59 |
| Nombre de taraudage déduit | 68 | 68 | 68 |

FIGURE 53 – Tableau récapitulatif vis

## 9.3 Montage du mécanisme

Voici les différentes images qui présentent le montage du mécanisme.

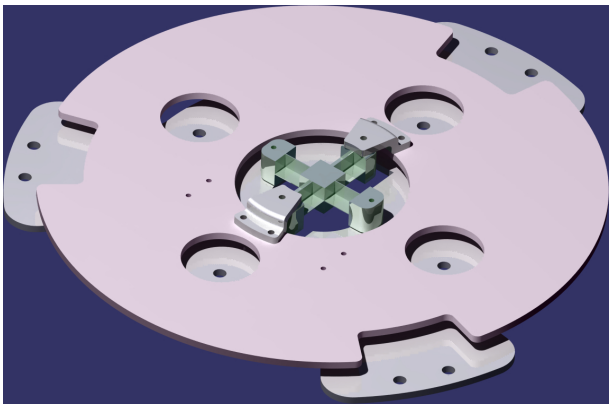


FIGURE 54 – Etape 1 du montage

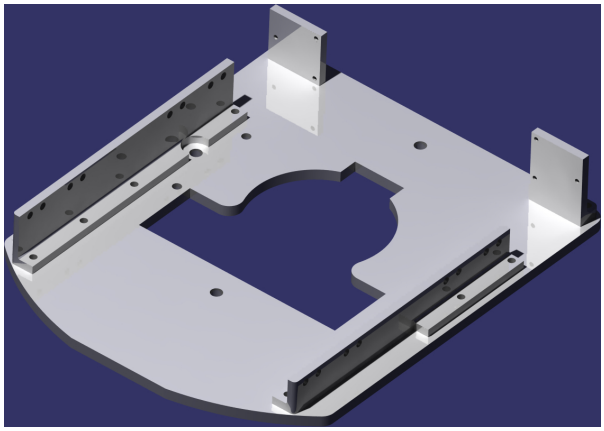


FIGURE 55 – Etape 2 du montage

1. Montage du contre miroir sur le socle inférieur :
   - Monter le cardan inférieur sur le plateau du bati avec : 2 vis m4X16 sans écrou.
   - Monter le contre miroir sur cardan via les 2 supports de miroir avec : 6 vis m4x16 + 4 écrous.

2. Montage des supports (différents modules qui sont sur la surface du socle sur l'image) sur le plateau inférieur :
   - Monter les deux supports de glissière sur le plateau avec : 9 vis de m5x20 et 9 écrous.
   - Monter les deux supports d'actuateurs : $2 fois$ 4 vis de m5x20 + écrous.

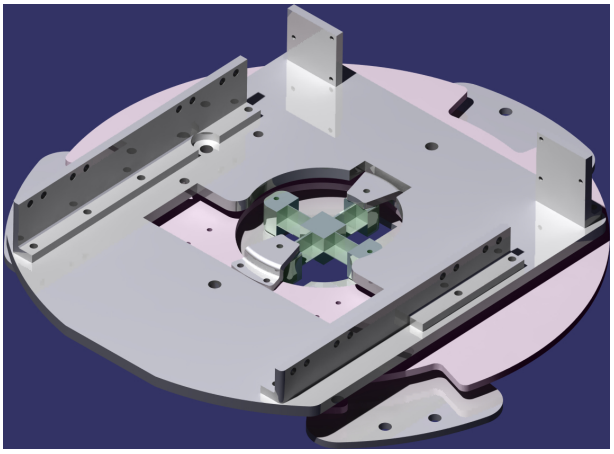


FIGURE 56 – Etape 3 du montage

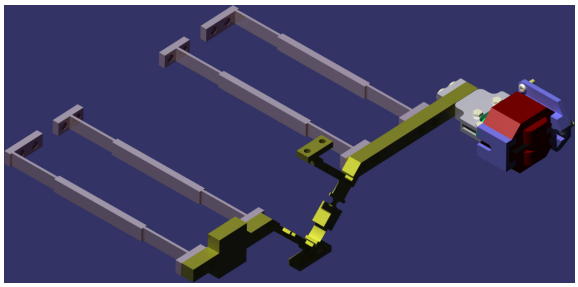


FIGURE 57 – Etape 4 du montage

3. Monter le tout sur le bâti inférieur avec : 4 vis de m8x30 et 4 écrous.
4. Monter les dispositifs commandés (actuateurs) et les glissières :
   - Monter toutes les glissière sur le dispositif central avec : $8 fois$ m5x25 + écrous.
   - Monter l'aimant sur son support et le support sur le dispositif central avec : 4 vis de m3x6 et 2 vis m5x25.
   - Faire ceci deux fois (voir image) pour monter les 4 glissières.

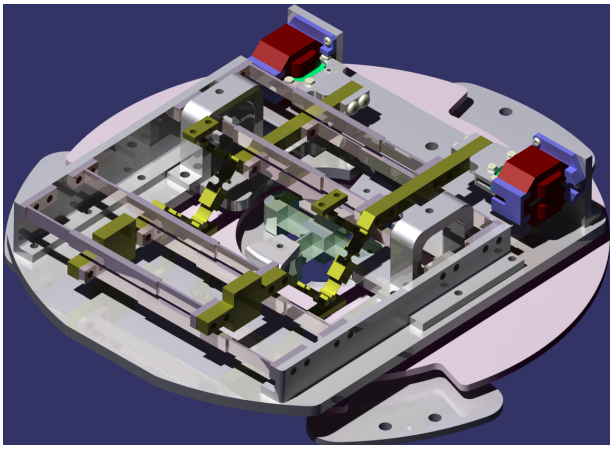


FIGURE 58 – Etape 5 du montage

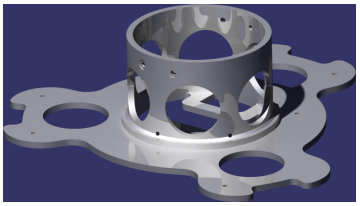


FIGURE 59 – Etape 6 du montage

5. Positionner l'ensemble des pièces préalablement montées sur le plateau inférieur :
   - Monter toutes les glissières dans leurs supports respectifs avec : 16 vis m5x25 et écrous.
   - Verrouiller les stators dans leurs supports avec : 6 vis de M3x10 traversantes.
   - Monter les deux chevalets avec : 4 vis de m5x20 et 4 boulons (possible de raccourcir les vis de m4 par 20)
   - Monter les dispositifs centraux dans le contre miroir avec : 4 vis m4x12

6. Monter le support de cardan sur les chevalets avec : 2 vis de m4x20 et écrous
   - Monter ensuite le support des capteurs à l 'aide des 4 vis de M4x12 sans écrous (il y a des taraudages).

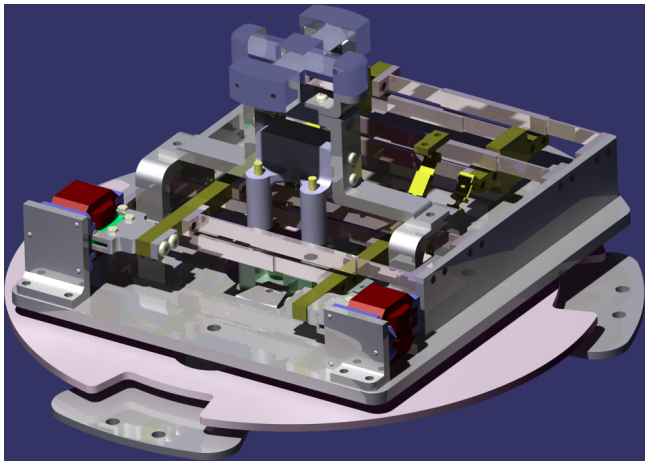


FIGURE 60 – Etape 7 du montage

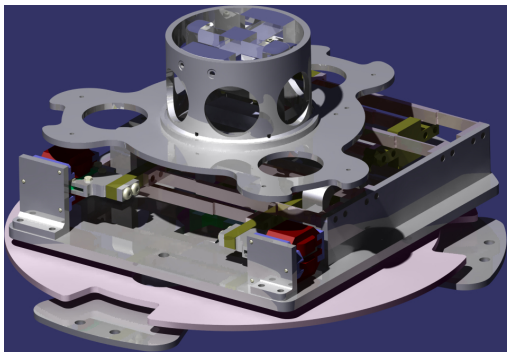


FIGURE 61 – Etape 8 du montage

7. *Attention à ne pas poser le cardan avant d'avoir installé le support du cardan (etape 6) ! L'image montre ce qu'il ne faut pas faire...*

8. Monter la fourche de cardan supérieur sur le support de cardan avec : 2 vis de m4x20 et écrous.
   - Monter le cardan sur sa fourche avec : 2 vis de m4x12.

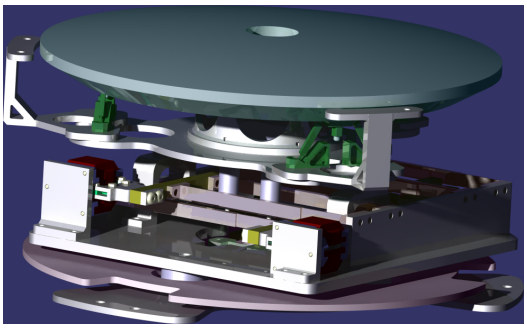


FIGURE 62 – Etape 9 du montage

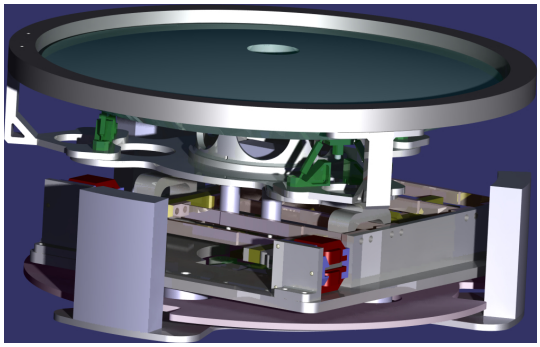


FIGURE 63 – Etape 10 du montage

9. Pré-montage du socle
   — Monter le chapeau sur le plateau de socle avec : 6 vis m4x12.

10. Montage du coeur de socle sur le cardan avec : 4 vis de m4x12.
   — Lien entre dispositifs centraux et plateau de socle : 4 vis m4x12.

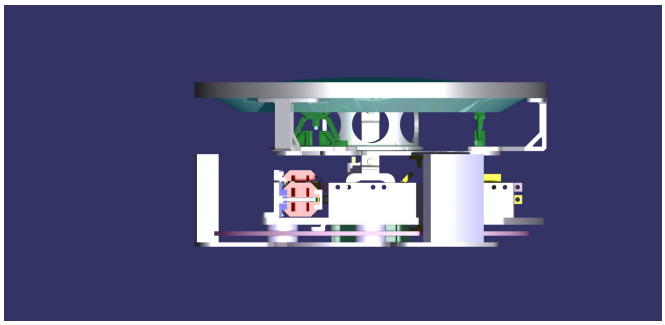


FIGURE 64 – Etape 11 du montage

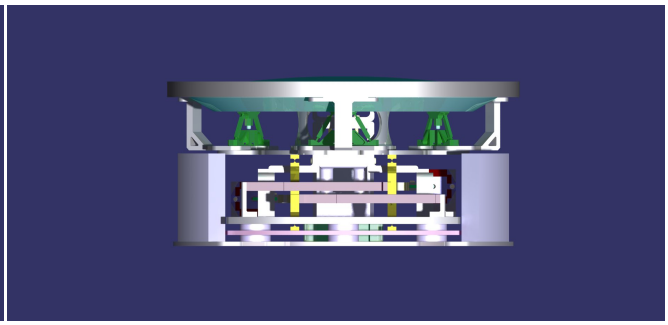


FIGURE 65 – Etape 12 du montage

11. Miroir et pieds de socle
   — Placer les 3 pieds sur le plateau de socle, placer ensuite les 3 bipodes sur les pieds de socles et verrouiller le tout avec : 6 vis de m4x20.

12. Montage du ring sur les 3 pieds avec : 6 vis de m4x20.
   — Lien entre dispositifs centraux et plateau de socle avec : 4 vis de m4x12.

13. Montage des 3 fixations dans le bâti avec : 6 vis de m8x25.

## 9.4 Vues du mécanisme

Quelques vues générales du mécanisme :

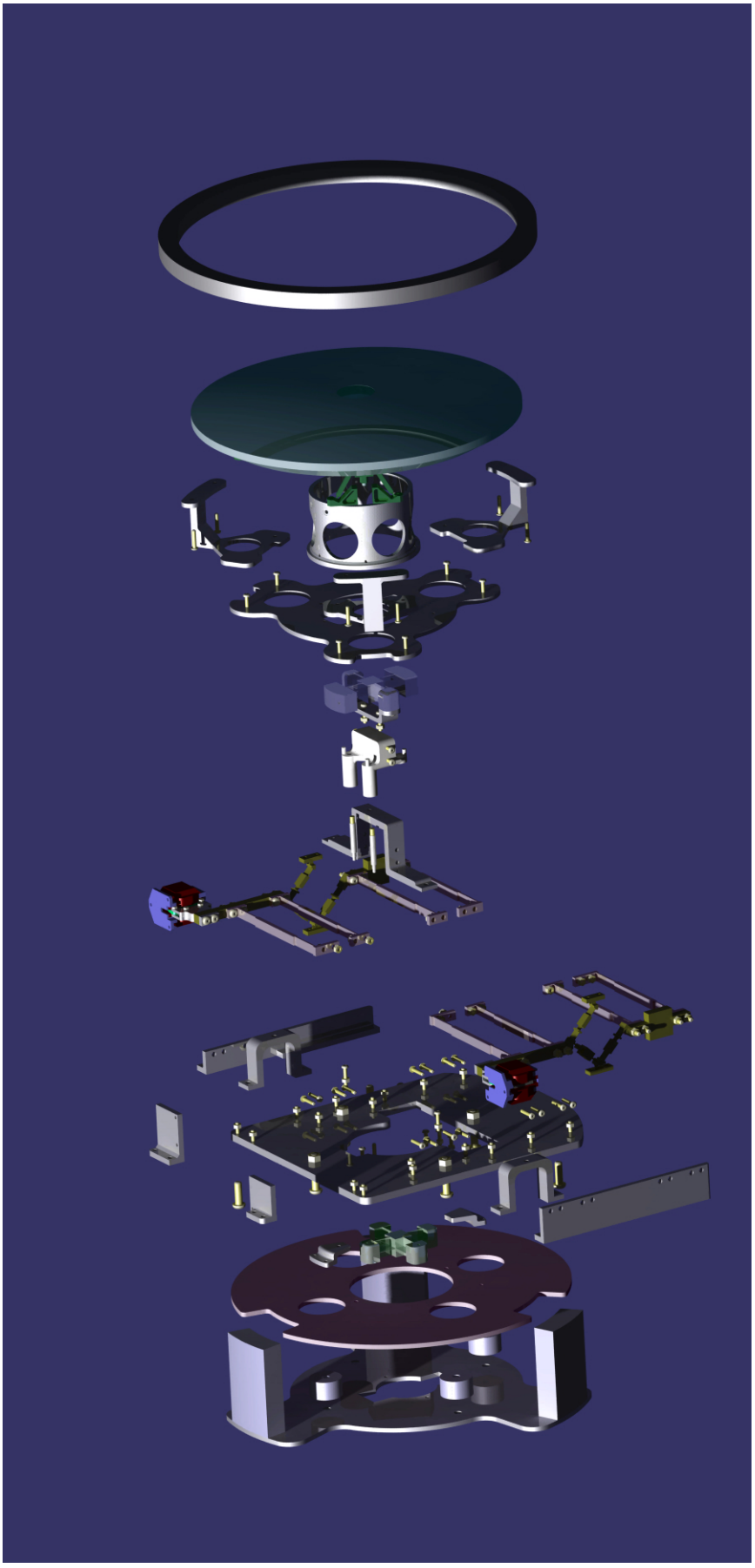


FIGURE 66 – Eclaté de l'entier du mécanisme

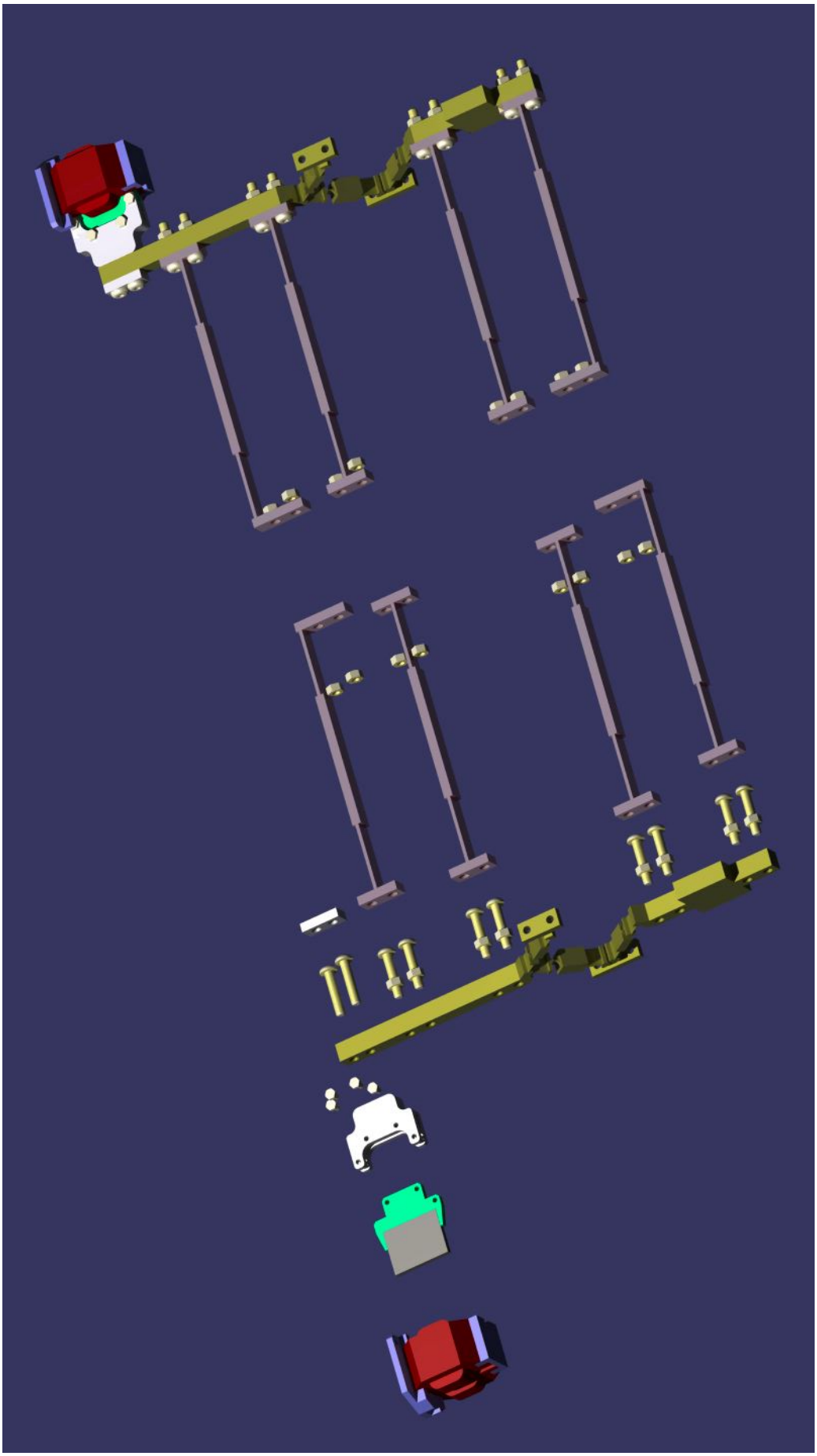


FIGURE 67 – Eclaté du système de guidage

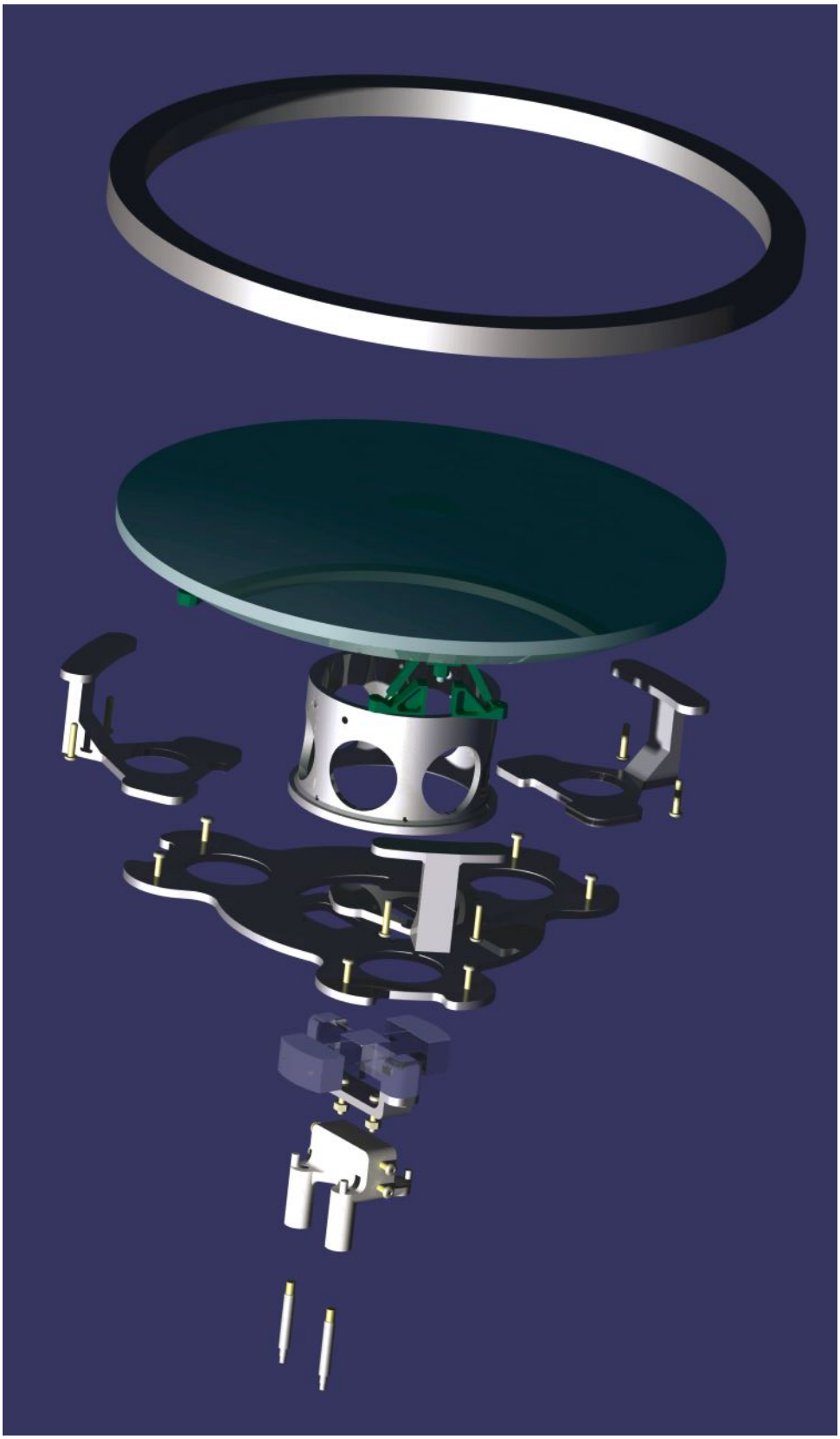


FIGURE 68 – Eclaté du module supérieur

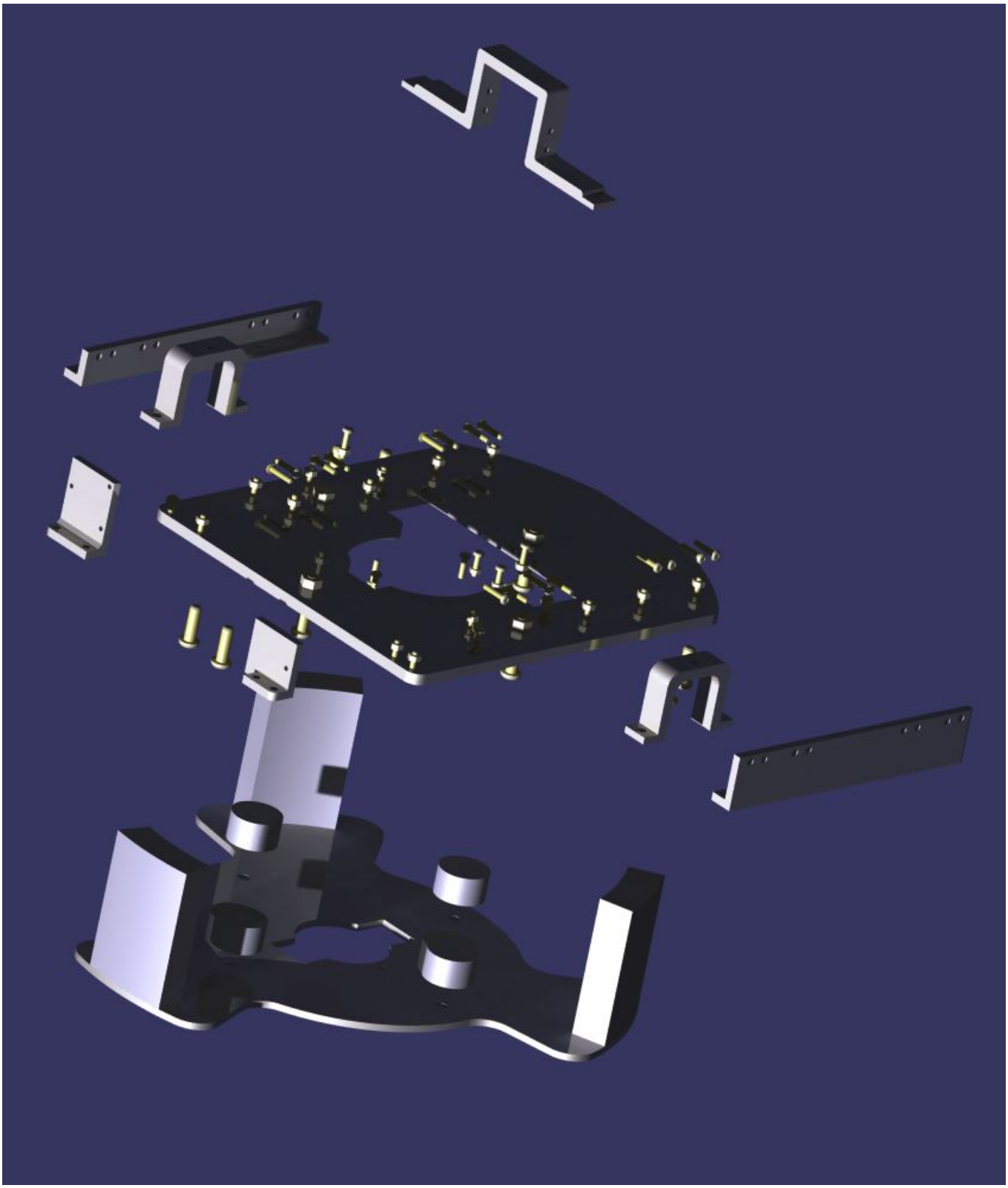


FIGURE 69 – Eclaté du bâti

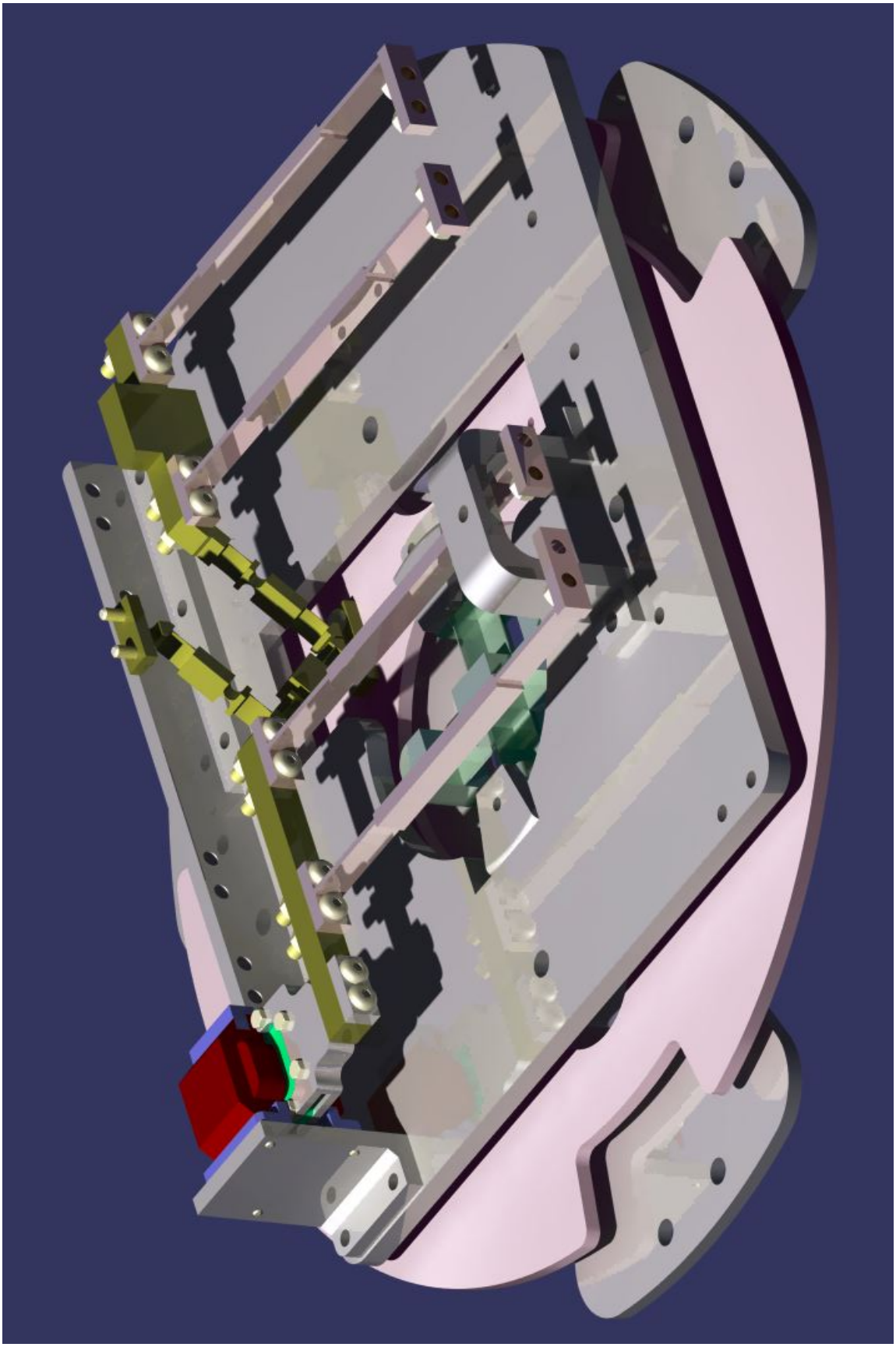


FIGURE 70 – Chaîne cinématique inférieure sur bâti

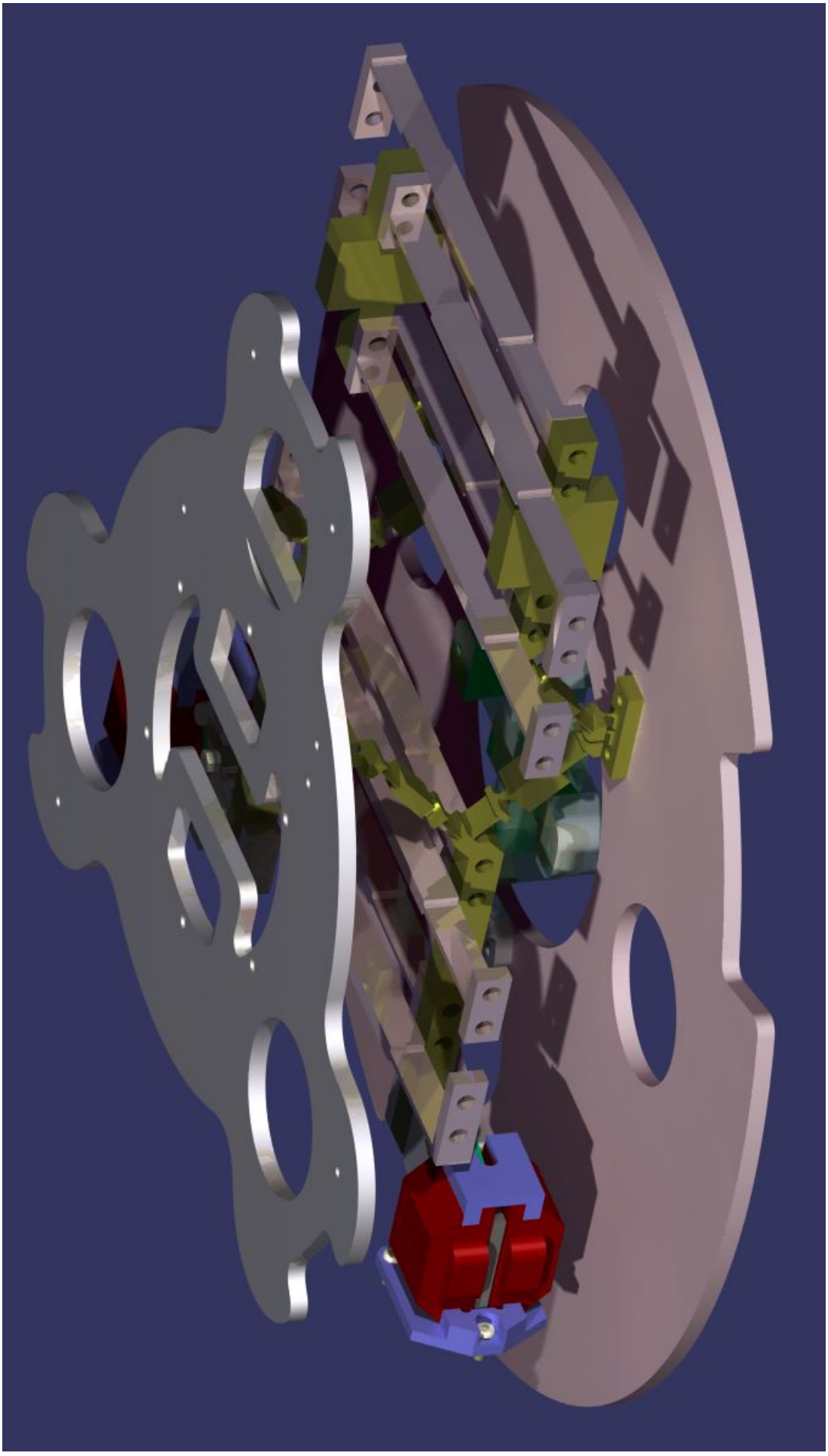


FIGURE 71 – Connexions cinématiques globales

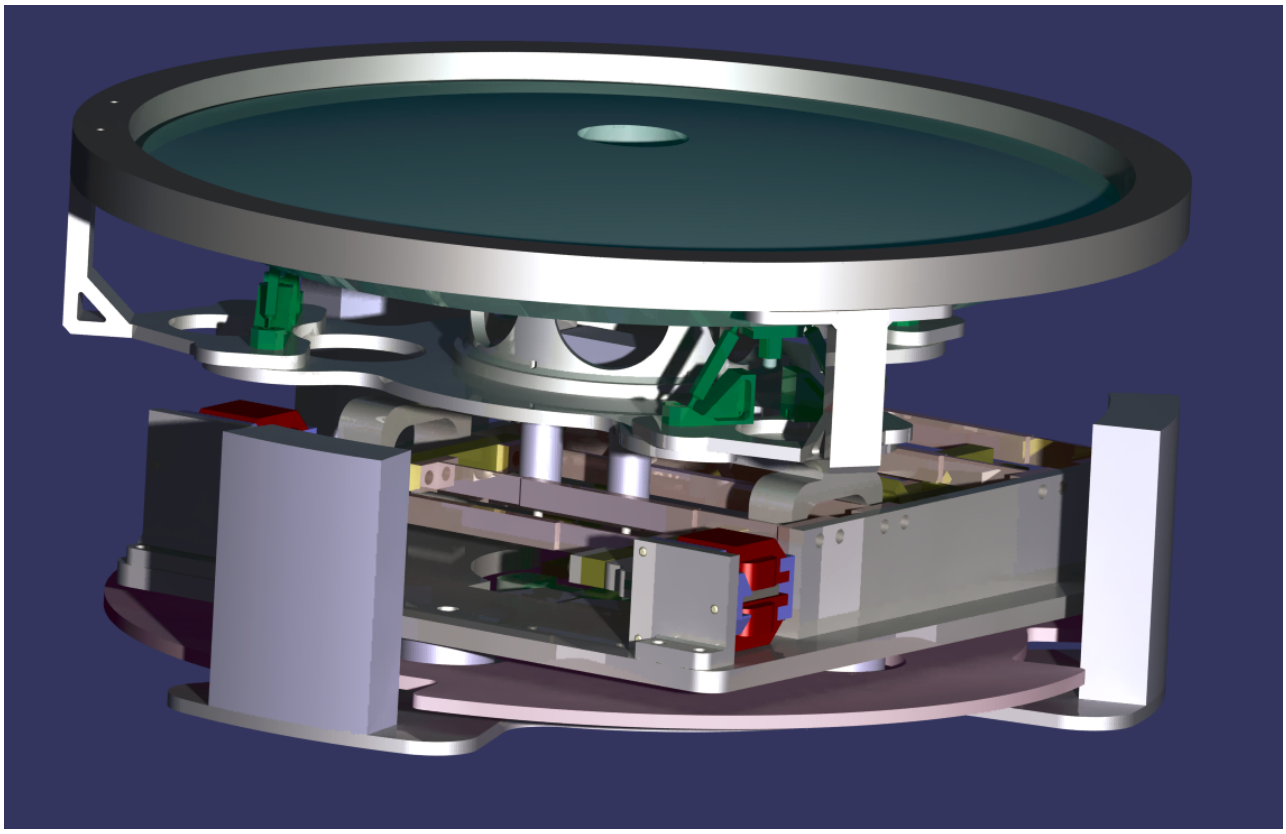


FIGURE 72 – Vue générale du système

## 10 Dessins techniques

Bibliographie

ACIFER, Debrunner. **Evolution des prix d'acier et de métaux**. 2015. Disponible sur : <https :/-/www.dkh.ch/da/fr/da/service/dienstleistungen/preisentwicklungen/stahl_metalle_preisentwicklungen-/kbob/kbob.html>.

BLANCHARD, Jean-Louis. **Watt's Parallel Motion**. p. 5–9, Création : 2006, consulté : 20–05–2017. Disponible sur : <https ://www.techanimatic.com>.

EPFL. **cours : Inerties**. 2006. Disponible sur : <lphe.epfl.ch/˜physgenOS/cours/last_year/31_jan_2006-.pdf>.

FINANCES.NET. **Cours actuel Aluminium en EUR par Tonne**. 2017. Disponible sur : <http://www.finances.net/matieres_premieres/prix-aluminium/EURO>.

HENEIN, Simon. **Conception de guidages flexibles**. De : Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, EPFL, Lausanne, 2001.

MEDIA, Argus. **Titanium 6Al 4V Ingot FOB Rotterdam CHF/KG**. 2016. Disponible sur : <https ://www.metalprices.com/metal/titanium/titanium-ingot-6al-4v-rotterdam>.

NASA, SOFIA. **Projet SOFIA**. 2017. Disponible sur : <https ://www.nasa.gov/mission_pages/SOFIA-/index.html>.

PHILIBERT ALAIN VIGNES, Yves Bréchet Pierre Combrade Jean. **Métallurgie, du minerai au matériau**. De : Dunod, Broché, Paris, 2002.

PRECISION, Lion. **Lion Precision : diamètre**. 2016. Disponible sur : <http://www.lionprecision.com-/techlibrary/technotes/article-0011-cve.html>.

PRECISION, Lion. **Lion Precision : épaisseur pour capteur**. 2016. Disponible sur : <http://www.lionprecision.com/techlibrary/technotes/eddy-0011-min-thick.html>.

QUARTERONI, Alfio. **Calcul scientifique**. De : Springer, Milano, 2010. 21-22 p.

RAPPAZ, Michel. **Introduction à la Science des Matériaux (COURS 2)**. De : École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2016. 10 p.

REZOACTIF. **Portail de l'aluminium en France**. 2015. Disponible sur : <http://www.aluminium.fr-/aluminium/proprietes-aluminium>.

SORIN, Fabien. **Introduction à la Science des Matériaux (COURS 8)**. p. 11–12, Cours : 2015.

SWISSMEM. **Extrait de Normes 2014**. De : Association Suisse de Normalisation, SNV Shop, 2014.

WIKIPEDIA. **Parallel axis theorem**. 2017. Disponible sur : <https ://en.wikipedia.org/wiki-/parallel_axis_theorem>.

WIKIPEDIA. **Tungstène**. 2017. Disponible sur : <https ://fr.wikipedia.org/wiki/Tungst%C3%A8ne>.